

# **Studie av noggrannhet och tidskorrelationer vid mätning med nätverks-RTK**

Robert Odolinski

Gävle 2010

L A N T M Ä T E R I E T





Copyright ©

2010-03-09

Författare Robert Odolinski

Typografi och layout Rainer Hertel

Totalt antal sidor 54

LMV-Rapport 2010:2 – ISSN 280-5731

# **Studie av noggrannhet och tidskorrelationer vid mätning med nätverks-RTK**

Robert Odolinski

Gävle 2010

L A N T M Ä T E R I E T





## **Förord**

Jag vill rikta ett stort tack till Clas-Göran Persson och Martin Lidberg på geodesienheten på Lantmäteriet som har kommit med en hel del synpunkter och idéer. Jag vill vidare även tacka Jonas Ågren på geodesienheten för hjälp med litteratur m.m.

Gävle, mars 2010

Robert Odolinski



## Sammanfattning

Denna rapport behandlar positionsbestämning med RTK-teknik, och då speciellt SWEPOS® tjänster för nätverks-RTK. Under 2008 genomfördes projektet CLOSE-RTK (Emardsson et al. 2009) i nära samarbete med SP och Chalmers, där realtidspositionering med SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst studerades utifrån ett "teoretiskt" angreppssätt. Ett syfte med denna rapport var att verifiera slutsatserna från CLOSE-RTK genom att studera verkliga mätningar från SWEPOS RTK-tjänst. Dessutom var målet att få fram skattningar av hur lång tid som bör gå för att en mätning ska vara "oberoende" av en annan mätning. I detta arbete har data från de s.k. monitorstationerna utnyttjats.

De monitorstationer som undersöktes kvalitetskontrollerar två tjänster, där SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst är baserat på ca 70 km i avstånd mellan närliggande referensstationer och där projektanpassad tjänst har förtätats till ca 10-20 km. Grundläggande statistiska mått beräknades tillsammans med en s.k. autokovariansfunktion, som användes för att undersöka hur lång tid (korrelationslängd) det tar för att erhålla en "oberoende" mätning, d.v.s. att mätningen inte ska korrelera med föregående mätningar. Dessa korrelationer kan exempelvis bero på flervägsfel/antenneffekter och atmosfärsfel.

Enkelt sammanfattat kan denna studie sägas styrka slutsatserna från CLOSE-RTK. För bestämning av en enskild RTK-position baserad på SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst kan ett medelfel i plan på ca 12 mm och medelfel i höjd (exklusive geoidfelet) på ca 27 mm förväntas. För projektanpassad tjänst baserad på 10 km mellan fasta referensstationer är motsvarande värden ca 6 mm respektive ca 11 mm.

Tid till "oberoende" mätning för SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst skattades till 25-35 minuter för plan samt 45-65 minuter för höjd. Tid till "oberoende" mätning för projektanpassad tjänst skattades till 25-30 minuter för plan och till 25-35 minuter för höjd. Även dessa värden kan betraktas som att de ligger i linje med CLOSE-RTK. Dessutom styrks dessa värden av Edwards et al. (2008) som rekommenderar medeltalsbildning med en tidsseparation på 20-45 minuter eller mer mellan varje mätning där det är längre avstånd till referensstationerna, eller där det är höga noggrannhetskrav på mätningarna. Det lägre intervallet kring 20 minuter eller mer avser förbättring av framför allt plannoggrannhet, medan det övre intervallet kring 45 minuter eller mer avser förbättring av framför allt höjdnoggrannheten. Slutligen bör det påpekas att det som skrivs här kring korrelation i RTK-positioner berör fel då fixlösningen är korrekt bestämd, och är inte applicerbart på t.ex. grova fel som ibland kan uppkomma. För att identifiera grova fel som beror på t.ex. felaktig fixlösning torde en oinitialisering av RTK-rovern vara en lämplig åtgärd.





# Innehållsförteckning

<b>Förord</b>	<b>5</b>	
<b>Sammanfattning</b>	<b>7</b>	
<b>1</b>	<b>Introduktion</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Metod – utvärdering av data från monitorstationerna</b>	<b>12</b>
2.1	Monitorstationer	12
2.2	Databashantering, noggrannhetsnivåer och koordinattransformation	12
2.3	”Kända” koordinater	14
2.4	Beräkning	15
2.4.1	Grundläggande statistiska mått	15
2.4.2	Autokovarians och autokorrelation	15
2.4.3	Medeltalets varians och effektivt antal observationer	17
<b>3</b>	<b>Resultat – utvärdering av data från monitorstationerna</b>	<b>20</b>
3.1	Grundläggande statistiska mått	20
3.1.1	Plan och höjd	20
3.1.2	Antal icke förkastade värden i plan eller höjd	25
3.1.3	Tid till fixlösning	27
3.2	Autokovariansfunktionen	29
3.3	Medeltalets varians och effektivt antal observationer	33
3.4	Jämförelse genom empirisk beräkning av medeltalets medelfel	37
<b>4</b>	<b>Kommentarer och slutsatser kring noggrannhet och tidskorrelationer</b>	<b>41</b>
<b>Referenser</b>	<b>43</b>	
<b>Appendix 1 – Plottar med tid till fix och osäkerhet i plan och höjd</b>	<b>44</b>	



# Studie av noggrannhet och tidskorrelationer vid mätning med nätverks-RTK

## 1 Introduktion

SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst har idag ca 1500 användare. Denna rikstäckande tjänst baseras på permanenta referensstationer för GNSS med ca 70 km mellan närliggande stationer (hädanefter också benämnt standard Nätverks-RTK-tjänst). För vissa speciella ändamål har SWEPOS förtätats till ca 10-20 km mellan referensstationer för att förbättra noggrannheten och redundansen i Nätverks-RTK-tjänsten, s.k. projektanpassad tjänst.

Under 2008 genomfördes studien CLOSE-RTK för att studera dels hur bra SWEPOS RTK-tjänst bör vara idag utifrån tjänstens utformning och ingående felkällors egenskaper, dels vad som kan göras för att förbättra prestandan på kort och lång sikt (*Emardson et al. 2009*). Flera noggrannhetsundersökningar har tidigare genomförts och finns redovisade i Lantmäteriets tekniska rapporter (*Lantmäteriet 2010*) eller genom rapporter och presentationer på SWEPOS hemsida (*SWEPOS 2010*).

Denna rapport syftar bland annat till att verifiera slutsatserna från CLOSE-RTK beträffande vilken noggrannhet som SWEPOS RTK-tjänst ger idag. I det här arbetet baseras undersökningen av SWEPOS prestanda på data från s.k. monitorstationerna, som är till för att kvalitetskontrollera och övervaka nätverks-RTK i SWEPOS. Dessutom görs en första insats med att studera hur fel i erhållen RTK-position varierar över tiden, p.g.a. så kallade tidskorrelationer. Målet är att få fram rekommendationer/riktlinjer för den tid som mätningarna bör separeras med för att kringgå detta problem.

Kapitel 2 ger först en beskrivning av monitorstationerna, hur data lagras i dessa och hur uttaget från dem går till. Sedan ges också en beskrivning på de olika beräkningsmetoder som används för att utvärdera monitorstationerna. Kapitel 3 presenterar resultatet för utvärderingen av monitorstationerna, t.ex. grundläggande statistiska mått och skattade tider till "oberoende" mätning. Slutligen i kapitel 4 sammanställs och analyseras resultat. Dessutom förs en vidare diskussion om vad som ytterligare kan göras. T.ex. så kommer det i framtiden upp fler monitorstationer på olika platser runt om i Sverige som kan analyseras.

## 2 Metod – utvärdering av data från monitorstationerna

Avsnitt 2.1 förklarar kort de monitorstationer som använts och hur dessa fungerar. Avsnitt 2.2 beskriver databasen som monitorstationernas data lagras i, noggrannhetsnivåer ("förkastningsnivåer") vid uttag från databasen samt transformationsinformation. Slutligen beskriver avsnitt 2.3 kort vad de "kända" koordinaterna för monitorstationerna baserats på och avsnitt 2.4 beskriver de olika beräkningsmetoder som använts för att utvärdera monitorstationerna.

### 2.1 Monitorstationer

Vid byggandet av väg 45 i Göteborgsområdet används ett s.k. projektpassat nätverks-RTK-system, där monitorstationer som Nol och Marieholm ingår. Projektpassningen innebär bland annat att referensstationerna har förtätats till ca 10-20 km för att öka noggrannheten och redundansen. Projektpassade tjänsten bygger på envägskommunikation och "fixerad" virtuell referensstation d.v.s. att dess position är på förhand bestämd. För standardtjänsten definieras den virtuella referensstationen baserad på den inskickade positionen från rover-mottagaren.

Monitorstationerna är utrustade med GNSS-mottagare som tar emot radioutsända korrektioner från de olika referensstationerna i det projektpassade området. Kvalitetsinformation skickas kontinuerligt från monitorstationerna till SWEPOS driftledningscentral i Gävle, bland annat med erhållen RTK-position.

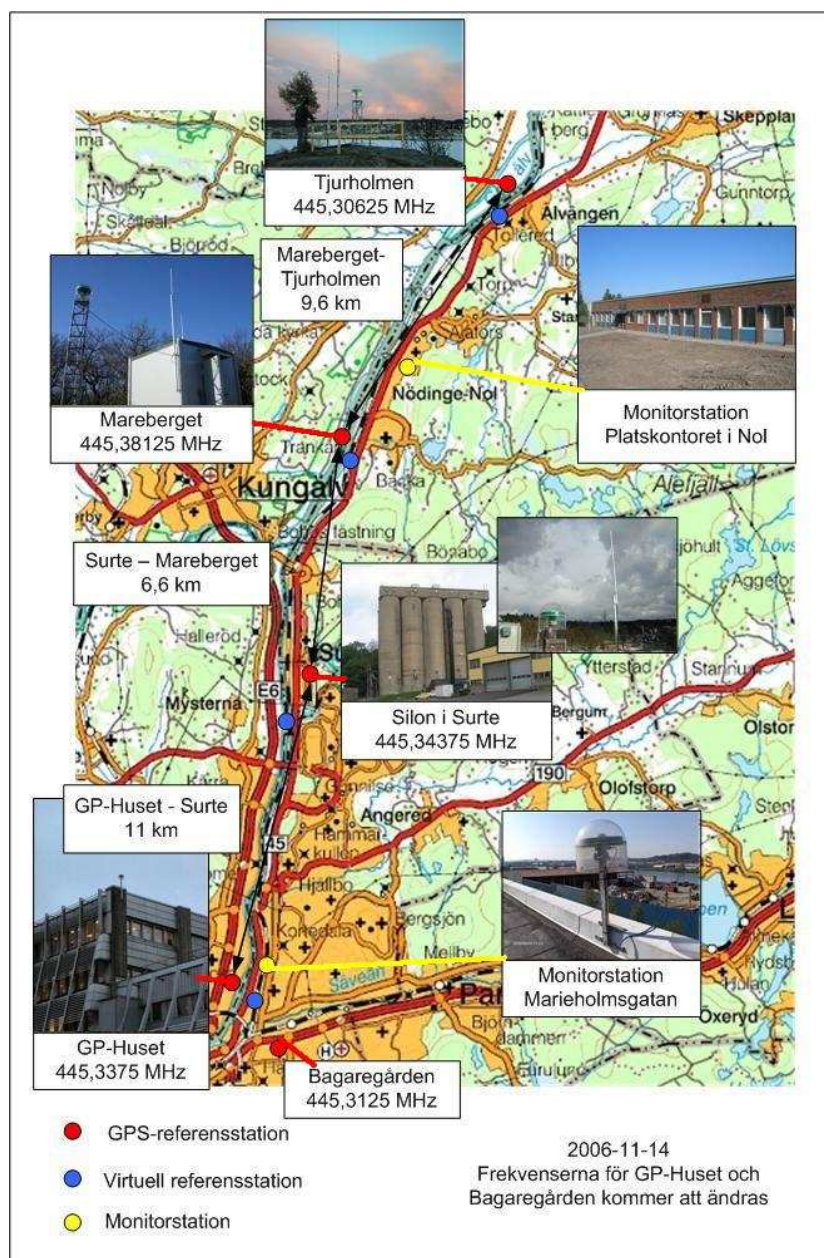
Mottagare Nol 1 tar emot korrektioner från referensstationen Tjurholmen som ligger på ett avstånd på ca 7 km, och mottagare Marieholm 1 tar emot korrektioner från referensstationen Bagaregården med ett avstånd på ca 3 km (se figur 1). Data från dessa mottagare utvärderas i detta arbete tillsammans med data från monitorstationen Vetlanda i Småland som monitorerar standardtjänsten. Vetlanda har i sin tur ca 20-30 km i avstånd till närmsta referensstation.

### 2.2 Databashantering, noggrannhetsnivåer och koordinattransformation

Monitorstationerna loggar data och beräknade RTK-positioner kontinuerligt i 1-sekunds intervall och detta lagras direkt till en databas. De tabeller/kolumner som bland annat sparas ner är följande:

- stationsnamn (t.ex. Marieholm, Vetlanda, etc.)
- datum

- tid (klockslag: timmar, minuter och sekunder)
- latitud i SWEREF 99
- longitud SWEREF 99
- ellipsoidhöjd
- fel i latitud relativt inlagda koordinater i stationen
- fel i longitud relativt inlagda koordinater i stationen
- fel i höjd relativt inlagda koordinater i stationen
- lösning (flyt eller fixlösning)
- antal tillgängliga satelliter
- HDOP (Horisontal Dilution of Precision)



**Figur 1:** Monitorstationerna Nol och Marieholm där en av GNSS-mottagarna (Nol 1) tar emot korrektioner från referensstationen Tjurholmen, och GNSS-mottagaren Marieholm 1 tar emot korrektioner från referensstationen Bagaregården.

Det kan noteras att monitorstationerna har en inbyggd funktion som genomför en automatisk ominitialisering efter en minuts kontinuer-

lig fixlösning. I normalfallet innehåller därför databasen RTK-serier om en minuts längd, och däremellan "glapp" motsvarande tiden för oinitialiseringen.

För att endast selektera ut de data som inte innehöll grova fel applicerades ett gränsvärde ( $3\sigma$ -nivå) för både plan (per koordinat) och höjd, det vill säga överstegs värdet antingen i plan eller i höjd förkastades det. Gränsvärdena i plan och i höjd baserades på tidigare nätverks-RTK-studier samt på viss "fingertoppskänsla". Då Marieholm och Nol monitorstationerna ligger väldigt nära en SWEPOS station (ca 3 km respektive ca 7 km) och ingår i ett projektanpassat nätverks-RTK-system sattes dessa gränser till:

$$3\sigma_{\text{per;koord}} = 25 \text{ mm} \quad (3\sigma_{\text{plan}} = 35 \text{ mm})$$

$$3\sigma_{\text{höjd}} = 50 \text{ mm}$$

Vetlanda, som inte är projektanpassad, ligger däremot på ett avstånd på 20-30 km från närmaste SWEPOS station och dessa gränser valdes därför pragmatiskt lite högre:

$$3\sigma_{\text{per;koord}} = 43 \text{ mm} \quad (3\sigma_{\text{plan}} = 60 \text{ mm})$$

$$3\sigma_{\text{höjd}} = 90 \text{ mm}$$

Dessa noggrannhetsnivåer följer även tumregeln att  $\sigma_{\text{plan}} \approx 1.5\sigma_{\text{höjd}}$ , vilket stämmer överens med tidigare studier (*exempelvis Odolinski & Sunna 2009*).

Data för april och maj månad för monitorstationerna Marieholm, Nol och Vetlanda valdes ut. Dessutom valdes data ut för juni månad för Vetlanda. Koordinaterna (latitud, longitud och ellipsoidhöjd i SWEREF 99) transformerades sedan till SWEREF 99 TM koordinater.

## 2.3 "Kända" koordinater

Med samma princip som för övriga SWEPOS-stationer beräknades kända koordinater för respektive monitorstation baserat på dagliga SWEPOS-beräkningar med hjälp av Bern-programmet version 5.0, som bland annat försöker korrigera för landhöjningen, troposfären, klockfel, etc. (*Kempe & Jivall 2002*).

Koordinaterna som beräknades baserades på 5 veckors data för Marieholm, 4 veckors data för Nol samt 3 veckors data för Vetlanda. Beräkningarna utfördes utanför ramen för detta projekt. Dessa koordinater användes sedan för att kunna utvärdera de mätningar som loggats för respektive station.

## 2.4 Beräkning

### 2.4.1 Grundläggande statistiska mått

För att utvärdera monitorstationerna beräknades grundläggande statistiska mått för varje månad och station. Det första som beräknades var RMS (Root Mean Square) för att erhålla spridning kring känt värde för varje komponent (N, E, och h):

$$RMS = \sqrt{\sum_1^n \varepsilon^2 / n} \quad (2.1)$$

där  $\varepsilon$  är registrerat mätvärde minus känt värde och  $n$  är antalet mätningar.

Medelavvikelsen beräknades för att hålla reda på de systematiska skillnader som kan förekomma:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum \varepsilon}{n} \quad (2.2)$$

Sedan beräknades standardavvikelsen för att ta reda på spridningen av mätningarna kring medeltalet:

$$stdavv = \sqrt{\sum_1^n (\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2 / (n-1)} \quad (2.3)$$

Antalet % som förkastades beräknades även det, liksom tid till fixlösning, m.m. De grundläggande statistiska måtten räcker dock inte till för att utvärdera tidsserierna p.g.a. korrelationer som kan förekomma i tiden bland annat beroende på likartad satellitkonstellation, oförändrade atmosfärsfel m.m. För att studera dessa effekter kan autokorrelationsanalys användas.

### 2.4.2 Autokovarians och autokorrelation

För att studera felens variation över tiden och för att ge vägledning för hur lång tid som måste gå vid praktisk mätning för att en "oberoende" observation skall erhållas studeras här autokorrelations-/autokovariansfunktionen. Autokorrelation kan beskrivas som att ett registrerat mätvärde vid tidpunkten  $t_1$  har "brist på oberoende" av mätvärdet vid tidpunkten  $t_2$ .

En stationär tidsserie (som antas i detta fall) har ett konstant medelvärde och varians; och dess PDF (Probability Density Function, täthetsfunktion) är bara beroende på tidsförskjutningen ( $\tau = t_1 - t_2$ ) och inte på absolut tid  $t_1, t_2$ . Autokovariansfunktionen för en stationär process definieras som (Emery & Thomson, 2001):

$C_{yy}(\tau) \equiv E[\{y(t) - \mu\}\{y(t + \tau) - \mu\}]$  som brukar skattas genom:

$$C_{yy}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} [y_i - \bar{y}][y_{i+k} - \bar{y}] \quad (2.4)$$

( $k = 0, 1, \dots, M$ ) och ( $M \ll N$ )

där  $y$  är mätt värde,  $t$  är en viss tidpunkt,  $\mu$  är väntevärdet som approximeras av medelvärdet av alla mätta värden  $\bar{y}$ ,  $\Delta t$  är tidsavståndet mellan närliggande observationer,  $\tau = k\Delta t$ , där  $k$  är antalet samplade tidsökningar och  $M$  måste vara mycket mindre än totala längden av tidsserien  $N$ .

Autokovariansfunktionen kan sedan normaliseras med dess varians enligt följande (Emery & Thomson, 2001):

$$\rho_{yy}(\tau) = \frac{C_{yy}(\tau)}{C_{yy}(0)} = \frac{C_{yy}(\tau)}{\sigma^2} \quad (2.5)$$

där  $C_{yy}(0) = \sigma^2$ .  $\rho_{yy}(\tau)$  har bland annat följande egenskaper:

$$\rho_{yy}(\tau) = 1, \text{ för } \tau = 0;$$

$$\rho_{yy}(\tau) = \rho_{yy}(-\tau), \text{ för alla } \tau; \quad (2.6)$$

$$|\rho_{yy}(\tau)| \leq 1, \text{ för alla } \tau;$$

Det är viktigt att notera att någon form av korrektion bör göras för lågfrekventa/långvågiga trender i tidsserierna. I de enklare fallen kan medelvärdet tas bort, men i andra fall en mer komplicerad trend. Dock måste en så kallad trendborttagning göras med försiktighet så att inte felaktiga data introduceras i tidsserierna. Det är viktigt att observera att stora tidsförskjutningar ( $\tau$ ) gör att den statistiska tillförlitligheten förloras ju större tidsförskjutningen blir vid beräkning av autokovariansfunktionen, p.g.a. alltför få observationer/överbestämningar (därav  $M \ll N$  i ekvation 2.4).

Den normaliserade autokovariansfunktionen når  $1/e$  vid en viss tidpunkt och där kan korrelationslängden (tidsavståndet) bestämmas. Dras mätningarna isär med detta korrelationsavstånd finns fortfarande viss korrelation kvar, men den har minskat till  $1/e \approx 0.37$ , vilket gör att de kan betraktas som "ganska oberoende" mätningar.

Ett sätt att skatta korrelationslängden kan vara att minstakvadrat-anpassa följande ickelinjära ekvation till den beräknade normaliserade autokovariansfunktionen (Emardson et al. 2009):

$$\rho_{yy}(\tau) = a_0 e^{-\tau/\tau_c} \quad (2.7)$$

där  $a_0$  är amplituden vid tidpunkten 0 och  $\tau_c$  är korrelationslängden (tidskonstant).



GNSS-mätningar innehåller dock flera felbidrag med olika karaktär såsom flervägsfel/antenneffekter, atmosfärsfel (troposfärs- och jonosfärsfel) och slumpmässiga mätfel (vitt brus). Ekvation 2.7 visade sig vid en första beräkning inte kunna "ta hand om" alla dessa olika typer av felbidrag, särskilt inte vid små  $\tau$  där vitt brus och flervägsfel/antenneffekter antas vara dominerande. P.g.a. detta testades en annan metod för att modellera autokovariansfunktionen och funktionen ser ut som följer:

$$\rho_{yy}(\tau) = a_0 + a_1 e^{-\tau/\tau_1} + a_2 e^{-\tau/\tau_2} \quad (2.8)$$

Om denna ansats antas vara korrekt förväntas  $a_1$  ta hand om flervägsfel/antenneffekter,  $a_2$  förväntas ta hand om atmosfärs effekter,  $\tau_1$  förväntas vara korrelationslängden för flervägsfel/antenneffekter och  $\tau_2$  förväntas vara korrelationslängden för atmosfärs effekterna. Slutligen antas  $a_0$  ta hand om "resten" som de övriga parametrarna inte tar hand om.

Minstakvadratanpassningen av ekvation 2.8 beräknades inte analytiskt utan testades med "trial and error" genom att anta olika rimliga varianter av värden på  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $\tau_1$ ,  $a_2$  och  $\tau_2$ , tills summan av kvadratavvikelserna var minimum.

### 2.4.3 Medeltalets varians och effektivt antal observationer

Ett annat sätt att hantera korrelationer kan vara att beräkna det "effektiva antalet" mätningar och därefter uppskatta erhållen noggrannhet, d.v.s. beräkna hur många mätningar som anses vara okorrelerade.

Medeltalet för  $n$  antal upprepade mätningar av en och samma storhet beräknas (vid oberoende mätningar med lika vikt) som (Persson 2008):

$$\bar{x} = 1/n [1 \ 1 \ \dots \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.9)$$

Kovariansmatrisen ges av autokovariansfunktionen (ekvation 2.4) på följande sätt (Persson 2008):

$$Q_{ij} = C_{yy}(k_{ij}) = C_{yy}(|i - j|) \quad (i, j = 0, 1, \dots, n) \quad (2.10)$$

där  $k_{ij}$  är tidsförskjutningen mellan mätning  $i$  och  $j$ , d.v.s. autokovariansmatrisen byggs upp som:

$$Q = \begin{bmatrix} C_{yy}(0) & C_{yy}(1) & \cdots & C_{yy}(n) \\ C_{yy}(1) & C_{yy}(0) & \cdots & C_{yy}(n-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{yy}(n) & C_{yy}(n-1) & \cdots & C_{yy}(0) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Sedan ges medeltalets varians av (Persson 2008):

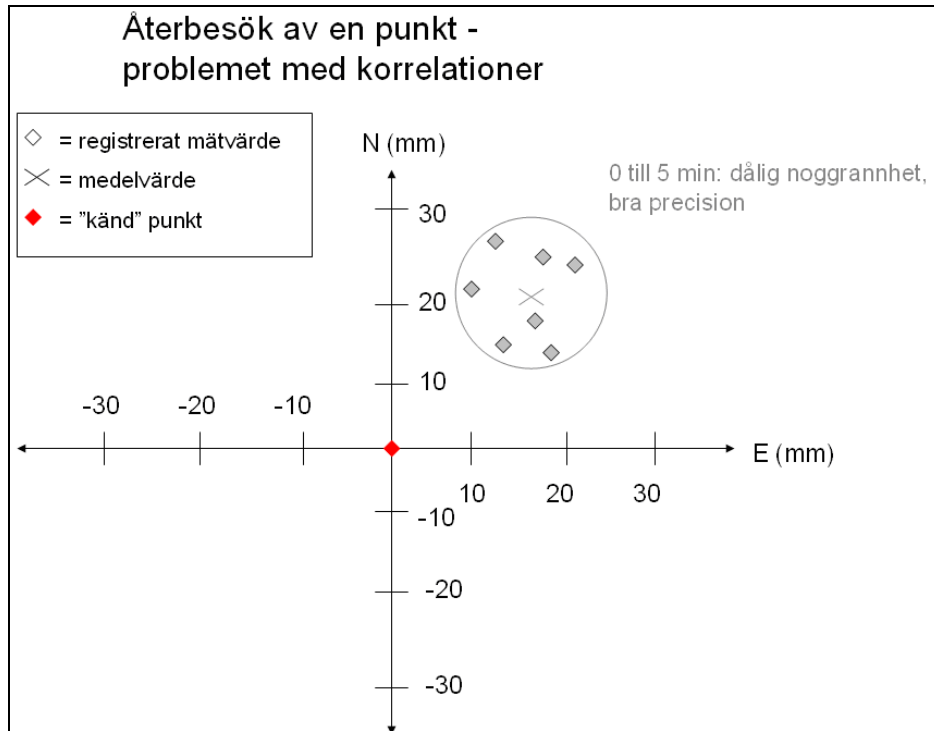
$$\sigma_{\bar{x}}^2 = 1/n \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \cdots & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} & \cdots & Q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{n1} & Q_{n2} & \cdots & Q_{nn} \end{bmatrix} 1/n \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij} \quad (2.12)$$

och om mätningarna är okorrelerade blir  $Q_{ij} = 0 \forall i \neq j$  (allt utom diagonalen är noll) och  $Q_{ii} = \sigma^2 \forall i$  (diagonalen har samma varianser). Medeltalets varians utan korrelationer (sätt in  $Q_{ij} = 0$  för  $i \neq j$  och  $Q_{ii} = \sigma^2$  i ekvation 2.12) kan då istället beräknas till (Persson 2008):

$$\sigma_{\bar{x}_0}^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n Q_{ii} = \frac{1}{n^2} n \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad (2.13)$$

Dessa två uttryck för medeltalets varians (ekvation 2.12 resp. 2.13) bygger på olika antaganden om hur felen beter sig. Om felen för de olika observationerna är oberoende så som förutsätts i ekvation 2.13 så minskar osäkerheten tämligen snabbt med fler mätningar. Om felen i stället är starkt korrelerade (ekvation 2.12) så minskar medeltalets fel inte lika snabbt med fler mätningar eftersom felet i varje observation är ungefär likadant. En annan effekt av korrelation i observationerna är att mätningarna kan upplevas som bra eftersom korrelationen gör att alla fel är ungefär likadana. Repeterbarheten vid mätning under kort tid kan alltså vara god, men medeltalet får ett fel som påminner om ett systematiskt fel (se figur 2).

Om de enskilda observationerna i en mätserie är korrelerade med varandra så skall alltså medeltalets varians (osäkerhet) beräknas enligt ekvation 2.12. Men det kan ändå vara intressant att jämföra denna "rätt" beräknade varians med det värde som skulle erhållas om beräkningen utfördes enligt antagandet om oberoende observationer enligt ekvation 2.13. Det bör noteras att ekvation 2.13 ger ett alldeles för litet värde på osäkerheten jämfört med det mer realistiskt beräknade från ekvation 2.12.



**Figur 2:** Problemet som kan uppstå p.g.a. tidskorrelationer. Uppskattad noggrannhet antas vara låg, när det egentligen bara är precisionen som är det.

Om variansen ( $\sigma^2$ ) för såväl enskild mätning som medeltalet är känd eller realistiskt skattad, kan det undersökas hur många oberoende mätningar,  $n_*$ , som skulle behövas för att medeltalet skall få samma osäkerhet som en serie med  $n$  korrelerade mätningar enligt ekvation 2.12. Notera att  $n_*$  är (oftast betydligt) färre än  $n$ .

De två uttrycken (ekvation 2.12 och 2.13) sätts lika med varandra för att beräkna det "effektiva antalet" mätningar ( $n_*$ ), d.v.s. hur många mätningar som är okorrelerade (Persson 2008):

$$\frac{\sigma^2}{n_*} = \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij} \rightarrow$$

$$n_* = \frac{\sigma^2}{\sigma_{\bar{x}}^2} = \frac{\sigma^2}{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij}} = \frac{n^2 \sigma^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{ij}} \quad (2.14)$$

Och kvoten mellan  $n$  och  $n_*$  är det (tids)avstånd som krävs för att mätningarna ska kunna betraktas som okorrelerade (Persson 2008):

$$\Omega = \frac{n \Delta t}{n_*} \quad (2.15)$$

Observera att detta förfarande inte helt kan jämföras med metoden att skatta korrelationslängder som i avsnitt 2.4.2. Skillnaden här att det förutsätts att korrelationen nu gått ner till 0, och inte  $1/e$  som i ekvation 2.8.

## 3 Resultat – utvärdering av data från monitorstationerna

Följande avsnitt visar resultatet av utvärderingen av monitorstationerna. Först i avsnitt 3.1 presenteras grundläggande statistiska mått som t.ex. RMS, standardavvikelse, etc. Vidare i avsnittet visas olika plottar som radiell-/höjdavvikelse kontra antalet satelliter, radiell avvikelse relativt HDOP, tid till fixlösning och antal förkastade avvikelser relativt antal satelliter. I avsnitt 3.2 visas den beräknade auto-kovariansfunktionen och en skattning av olika korrelationslängder (tid till "oberoende" mätning) för de olika koordinatkomponenterna (N, E, h). I avsnitt 3.3 presenteras en analys av medeltalets varians och det "effektiva" antalet observationer, och slutligen visas en jämförelse genom empirisk beräkning av medeltalets medelfel i avsnitt 3.4.

### 3.1 Grundläggande statistiska mått

#### 3.1.1 Plan och höjd

Grundläggande statistiska mått såsom RMS, standardavvikelse samt medelavvikelse för respektive månad och monitorstation visas i tabell 1-6. De låga värdena i plan och höjd (RMS kring 6-7 mm i plan och 8-11 mm i höjd, exklusive geoidfelet) för monitorstationerna Marieholm och Nol kan antas bero på det korta avståndet till närmaste SWEPOS station (enstaka km) samt att dessa ligger i ett projektanpassat nätverks-RTK-system.

Tabell 1: Monitorstationen Marieholm med ett RMS i plan på cirka 6 respektive 7 mm i april och maj.

Marieholm Plan	RMS <sub>N</sub> (mm)	RMS <sub>E</sub> (mm)	RMS <sub>plan</sub> (mm)	Stdavv <sub>N</sub> (mm)	Stdavv <sub>E</sub> (mm)	Stdavv <sub>plan</sub> (mm)
April	4,8	3,5	5,9	4,2	3,3	5,4
Maj	5,8	4,2	7,2	4,5	3,4	5,6
	Medelavv <sub>N</sub> (mm)	Medelavv <sub>E</sub> (mm)	Medelavv <sub>plan</sub> (mm)			
April	-2,3	-1,1	2,5			
Maj	-3,8	2,5	4,5			

**Tabell 2:** Monitorstationen Marieholm med ett RMS i höjd på cirka 8 respektive 9 mm i april och maj.

<b>Marieholm Höjd</b>	<b>RMS<sub>höjd</sub> (mm)</b>	<b>Stdavv<sub>höjd</sub> (mm)</b>	<b>Medelavv<sub>höjd</sub> (mm)</b>
April	8,1	8,1	-0,9
Maj	8,9	8,6	-2,2

**Tabell 3:** Monitorstationen Nol med ett RMS i plan på cirka 6 respektive 7 mm i april och maj.

<b>Nol Mon Plan</b>	<b>RMS<sub>N</sub> (mm)</b>	<b>RMS<sub>E</sub> (mm)</b>	<b>RMS<sub>plan</sub> (mm)</b>	<b>Stdavv<sub>N</sub> (mm)</b>	<b>Stdavv<sub>E</sub> (mm)</b>	<b>Stdavv<sub>plan</sub> (mm)</b>
April	5,1	3,8	6,4	5,0	3,7	6,2
Maj	5,6	4,3	7,1	5,6	4,2	7,0
	<b>Medelavv<sub>N</sub> (mm)</b>	<b>Medelavv<sub>E</sub> (mm)</b>	<b>Medelavv<sub>plan</sub> (mm)</b>			
April	0,5	1,1	1,2			
Maj	0,3	0,8	0,9			

**Tabell 4:** Monitorstationen Nol med ett RMS i höjd på cirka 10 respektive 11 mm i april och maj.

<b>Nol Mon Höjd</b>	<b>RMS<sub>höjd</sub> (mm)</b>	<b>Stdavv<sub>höjd</sub> (mm)</b>	<b>Medelavv<sub>höjd</sub> (mm)</b>
April	10,5	9,2	-5,1
Maj	11,4	10,4	-4,7

**Tabell 5:** Monitorstationen Vetlanda med ett RMS i plan på cirka 11, 11 respektive 13 mm i april, maj och juni.

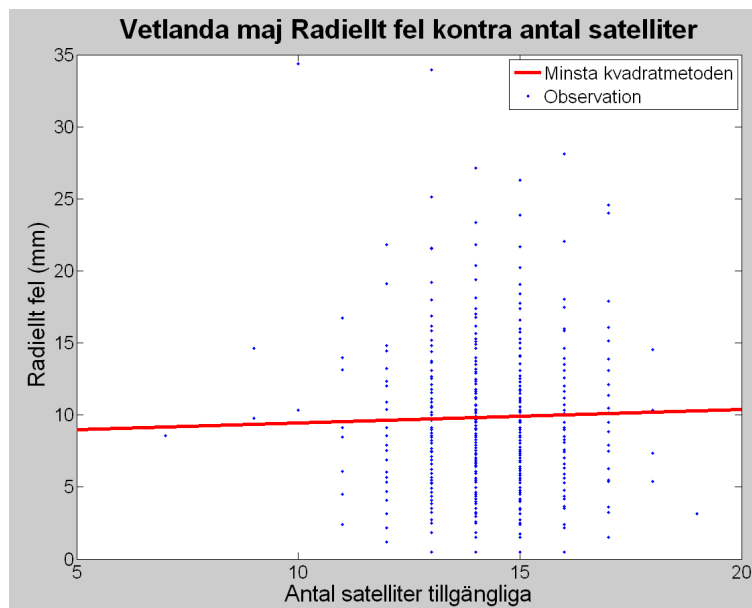
<b>Vetlanda Plan</b>	<b>RMS<sub>N</sub> (mm)</b>	<b>RMS<sub>E</sub> (mm)</b>	<b>RMS<sub>plan</sub> (mm)</b>	<b>Stdavv<sub>N</sub> (mm)</b>	<b>Stdavv<sub>E</sub> (mm)</b>	<b>Stdavv<sub>plan</sub> (mm)</b>
April	8,3	6,6	10,6	8,2	6,0	10,2
Maj	8,8	7,1	11,4	8,6	6,6	10,8
Juni	10,5	7,3	12,8	8,5	6,4	10,7
	<b>Medelavv<sub>N</sub> (mm)</b>	<b>Medelavv<sub>E</sub> (mm)</b>	<b>Medelavv<sub>plan</sub> (mm)</b>			
April	-0,9	-2,7	2,9			
Maj	2,0	-2,8	3,4			
Juni	6,1	-3,5	7,0			

**Tabell 6:** Monitorstationen Vetlanda med ett RMS i höjd på cirka 25, 31 respektive 22 mm i april, maj och juni.

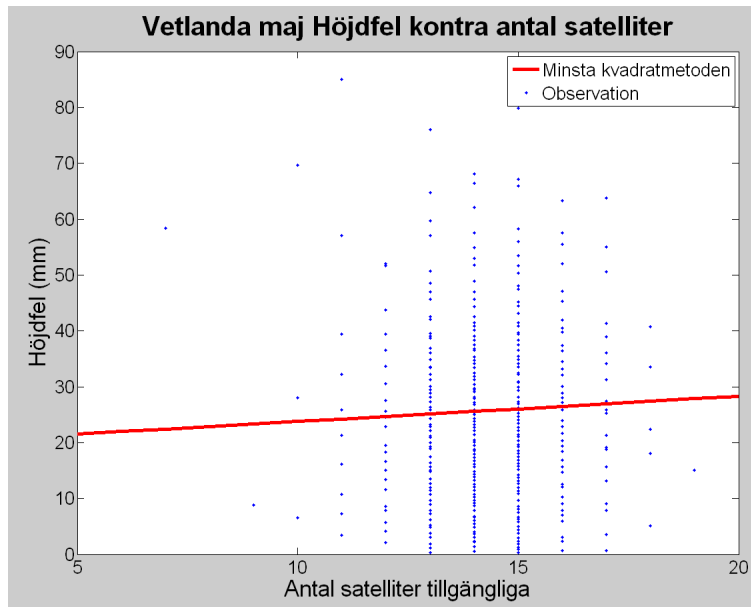
<b>Vetlanda Höjd</b>	<b>RMS<sub>höjd</sub> (mm)</b>	<b>Stdavv<sub>höjd</sub> (mm)</b>	<b>Medelavv<sub>höjd</sub> (mm)</b>
April	25,3	18,5	-17,3
Maj	30,8	20,4	-23,1
Juni	22,3	21,9	3,9

Figur 3 visar radiellt fel i plan relativt antal satelliter tillgängliga för monitorstationen Vetlanda i maj månad och figur 4 höjdfelet relativt antal satelliter. De blå punkterna motsvarar observationer och den röda linjen är en minstakvadratanpassad rät linje. Observera att de observationerna som ritats ut är slumpmässigt utvalda för plottning i figuren och att figuren inte alls visar alla mätningar (detta för att få en mindre "plottrig" figur). Dock är den rätta linjen minstakvadrat-anpassad till samtliga observationer.

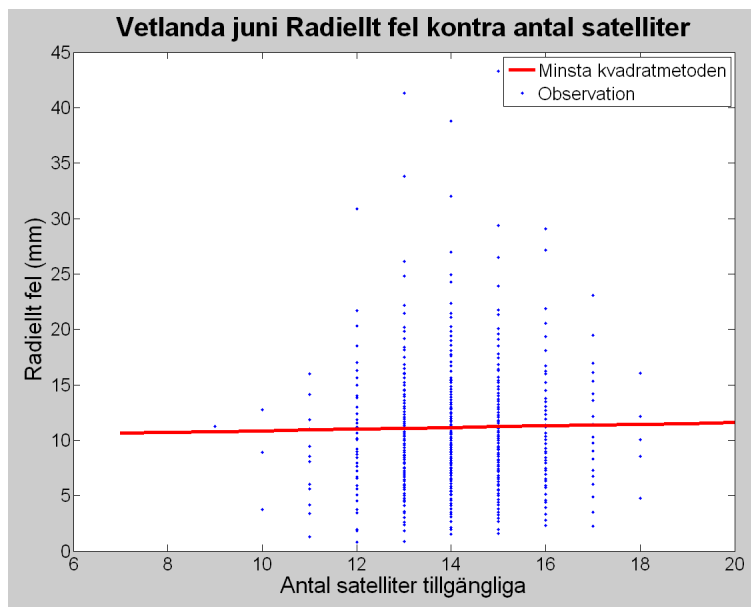
Figur 3 och 4 visar att avvikelsen i plan och höjd växer med antalet satelliter. Dock visade juni månad för Vetlanda i höjd (figur 6) en annan tendens, men samma trend i plan kvarstod (figur 5). Att det visar sig att avvikelsen ökar med antalet satelliter (som i figur 3-5) kan antas bero på en del omständigheter som inte undersökts i detta arbete, t.ex. kan det bero på hur många GLONASS-satelliter kontra antalet GPS-satelliter som innefattas av det totala antalet satelliter. 10 GPS och 2 GLONASS kanske är bättre än en blandning av 6 GPS + 6 GLONASS. Övriga monitorstationer (Marieholm och Nol) och övriga månader (t.ex. Vetlanda i april) ser dock ut som "förväntat" med en minskande avvikelse i höjd och plan ju fler satelliter som fanns tillgängliga. Figurer för dessa återfinns i Appendix 1.



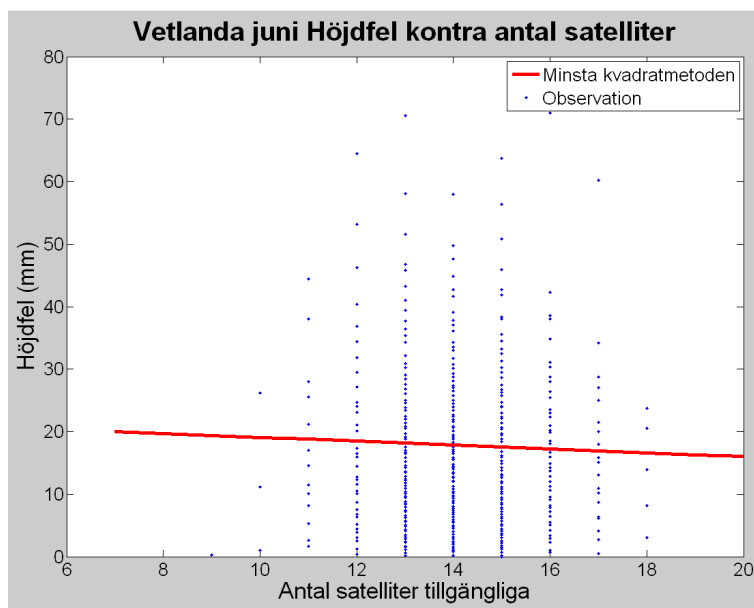
**Figur 3:** Radiellt fel relativt antalet satelliter tillgängliga för monitorstationen Vetlanda i maj.



**Figur 4:** Fel i höjd relativt antalet satelliter tillgängliga för monitorstationen Vetlanda i maj.

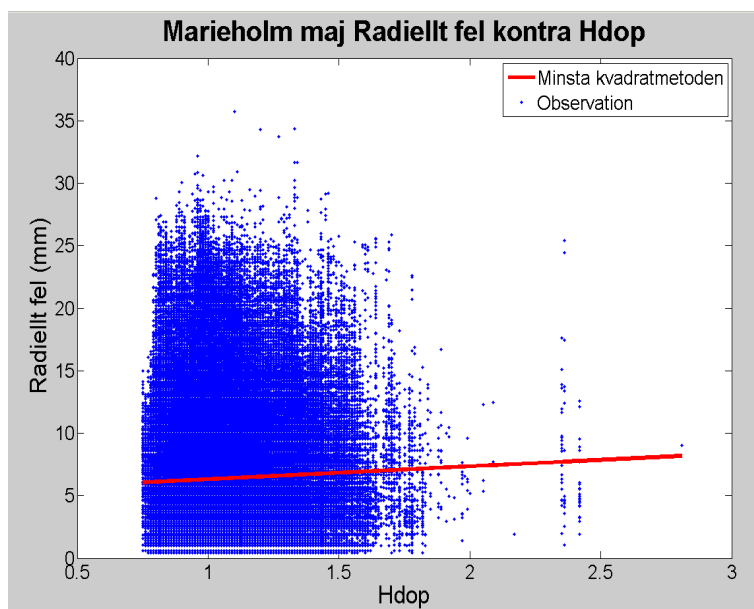


**Figur 5:** Radiellt fel relativt antalet satelliter tillgängliga för monitorstationen Vetlanda i juni.



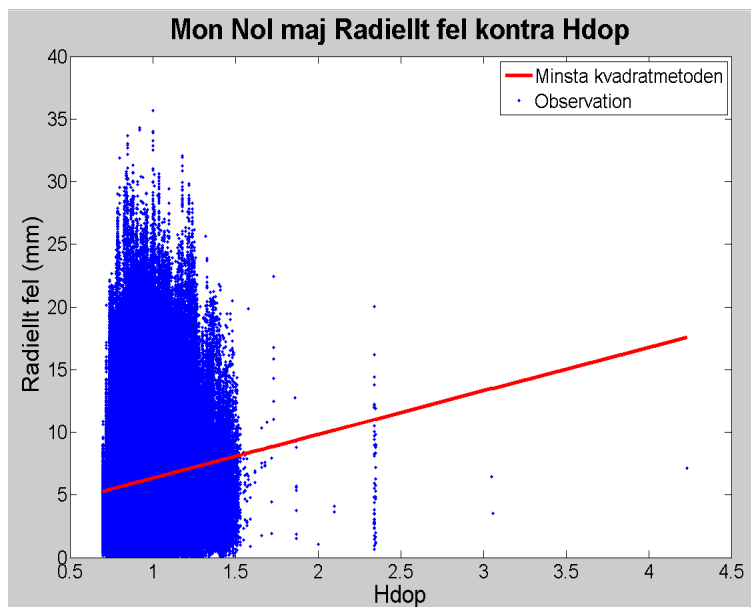
**Figur 6:** Fel i höjd relativt antalet satelliter tillgängliga för monitorstationen Vetlanda i juni.

Vidare studerades det radiella felet relativt HDOP. Figur 7-9 visar monitorstationerna Marieholm, Nol och Vetlanda för maj månad. Den räta linjen är minstakvadratanpassad till alla observationer. Samtliga figurer visar som förväntat på att det radiella felet ökar med ett högre HDOP. För övriga figurer med radiellt fel relativt HDOP och för andra månader, se Appendix 1.

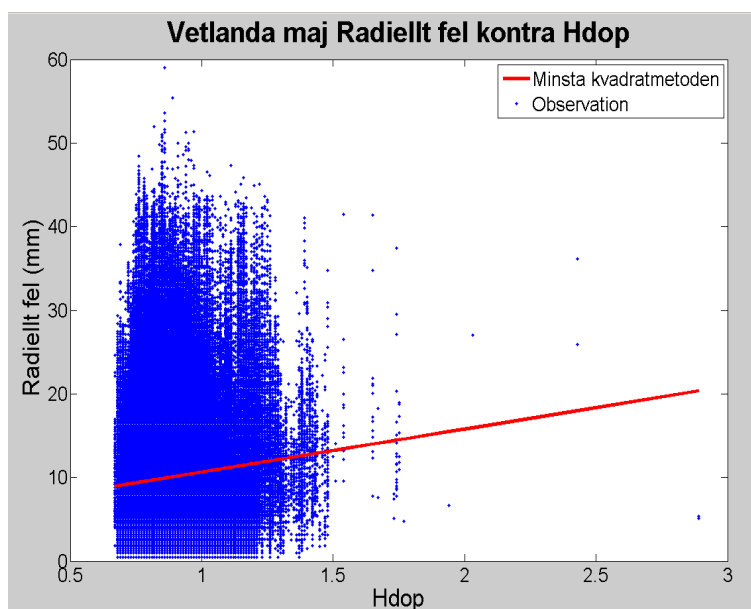


**Figur 7:** Radiell avvikelse relativt HDOP för monitorstationen Marieholm i maj.





Figur 8: Radiell avvikelse relativt HDOP för monitorstationen Nol i maj.



Figur 9: Radiell avvikelse relativt HDOP för monitorstationen Vetlanda i maj.

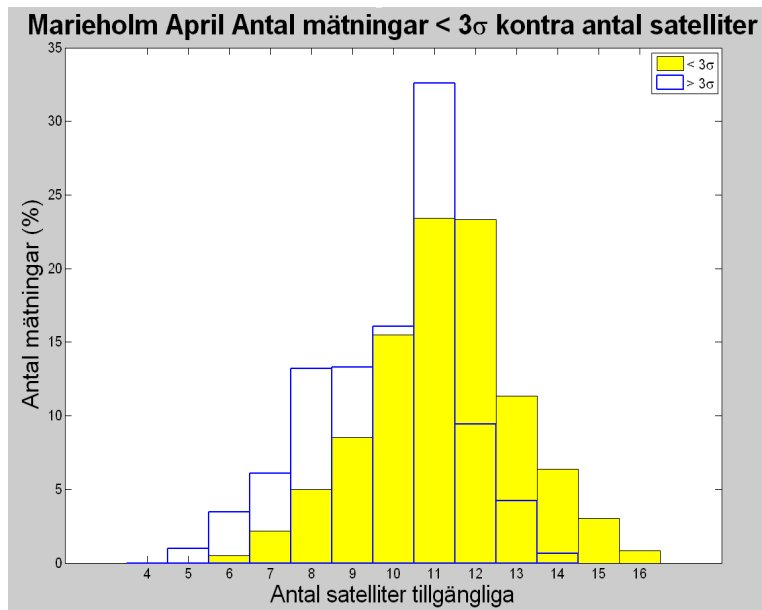
### 3.1.2 Antal icke förkastade värden i plan eller höjd

Tabell 7 visar antalet icke förkastade värden enligt föreslagna noggrannhetsnivåer (avsnitt 2.2) i plan (per koordinat) och höjd. Tabellen visar att noggrannhetsnivåerna verkar stämma rätt bra med  $3\sigma$  för en normalfördelning.

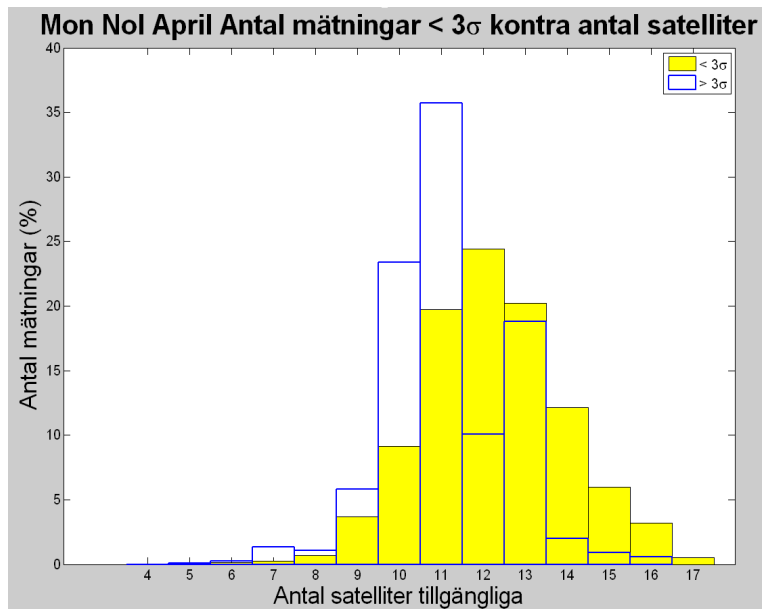
För att vidare studera antalet satelliters påverkan på noggrannheten i plan och höjd skapades histogram med frekvens (i procent) som översteg respektive understeg noggrannhetsnivåerna, se figur 10-12 för april månad. Notera att frekvens är beräknad relativt antalet förkastade eller icke förkastade värden så att summan av de gula staplarna motsvarar 100%, och summan av de blå staplarna även de motsvarar 100%.

**Tabell 7:** Antal (%) icke förkastade värden enligt föreslagna noggrannhetsnivåer i plan och höjd.

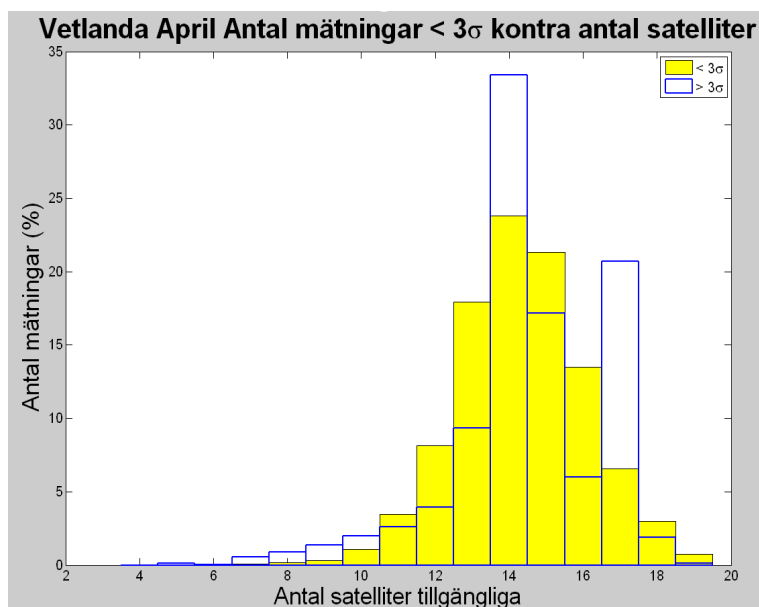
<b>% &lt; 3<math>\sigma</math> (plan eller höjd)</b>	<b>April</b>	<b>Maj</b>	<b>Juni</b>
<b>Marieholm</b>	99,93	99,89	-
<b>Nol Mon</b>	99,84	99,78	-
<b>Vetlanda</b>	99,83	99,48	99,83



**Figur 10:** Antalet förkastade respektive icke förkastade mätvärden relativt antalet satelliter tillgängliga för monitorstationen Marieholm i april.



**Figur 11:** Antalet förkastade respektive icke förkastade mätvärden relativt antalet satelliter tillgängliga för monitorstationen Nol i april.



**Figur 12:** Antalet förkastade respektive icke förkastade mätvärden relativt antalet satelliter tillgängliga för monitorstationen Vetlanda i april.

Figur 10 och 11 visar generellt att i de fall fler satelliter har funnits tillgängliga där har fler mätningar uppfyllt noggrannhetsnivån. Dock motsäger figur 12 lite denna trend, men det kan som nämnts ha att göra med hur stor andel av satelliterna som var GPS respektive GLONASS. Figurer för övriga månader återfinns i Appendix 1.

### 3.1.3 Tid till fixlösning

Förkastningsnivå för tid till fixlösning valdes till 120 sekunder och följer rekommendationer från kortmanualen och basnivån (Norin et al. 2006). Initialiseringar som tog längre tid än så förkastades då det annars finns risk att felaktig fixlösning erhållits. Tabell 8-10 visar medel för tid till fixlösning, RMS för tid till fixlösning (där känt värde valdes till noll), standardavvikelse samt maximal (före applicerad förkastningsnivå på 120 s) respektive minsta tid till fixlösning för respektive monitorstation och månad.

**Tabell 8:** Tid till fixlösning för monitorstationen Marieholm i april och maj månad.

Marieholm	Medel <sub>tid_till_fix</sub>	RMS <sub>tid_till_fix</sub>	Stdavv <sub>tid_till_fix</sub>	Max <sub>tid_till_fix</sub>	Min <sub>tid_till_fix</sub>
Tid till fix	(s)	(s)	(s)	(s)	(s)
April	9,57	10,17	3,42	301,00	3,00
Maj	9,72	10,55	4,09	301,00	3,00

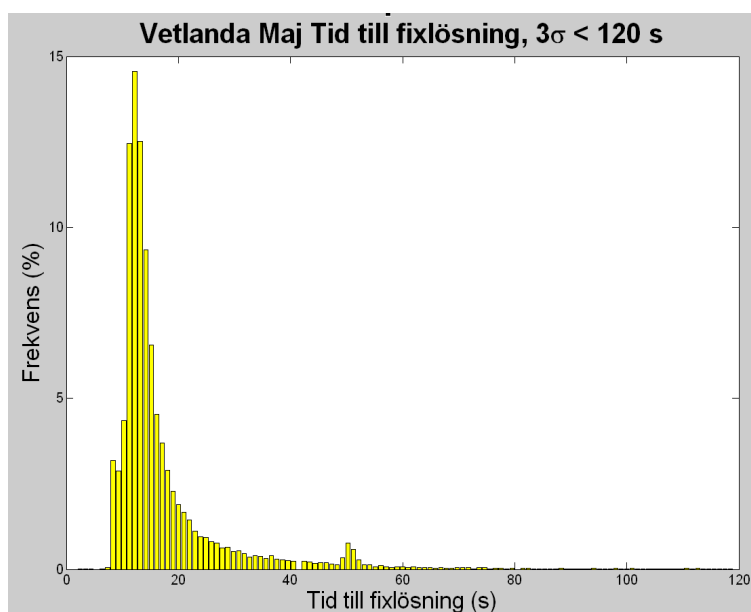
**Tabell 9:** Tid till fixlösning för monitorstationen Nol i april och maj månad.

Nol mon	Medel <sub>tid_till_fix</sub>	RMS <sub>tid_till_fix</sub>	Stdavv <sub>tid_till_fix</sub>	Max <sub>tid_till_fix</sub>	Min <sub>tid_till_fix</sub>
Tid till fix	(s)	(s)	(s)	(s)	(s)
April	9,19	9,58	2,73	301,00	2,00
Maj	9,27	9,69	2,80	301,00	2,00

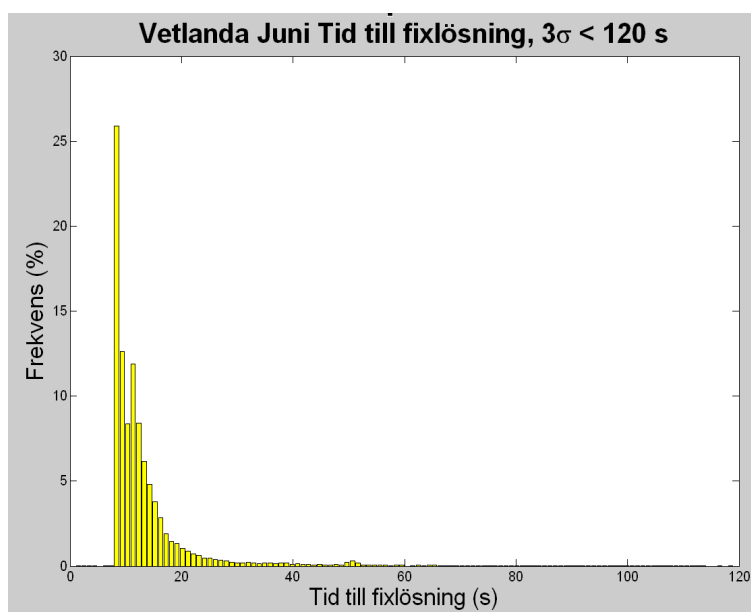
Tabell 10: Tid till fixlösning för monitorstationen Vetlanda i april, maj och juni månad.

<b>Vetlanda Tid till fix</b>	<b>Medel<sub>tid_till_fix</sub> (s)</b>	<b>RMS<sub>tid_till_fix</sub> (s)</b>	<b>Stdavv<sub>tid_till_fix</sub> (s)</b>	<b>Max<sub>tid_till_fix</sub> (s)</b>	<b>Min<sub>tid_till_fix</sub> (s)</b>
April	16,38	19,56	10,69	301,00	4,00
Maj	17,51	21,23	12,01	573,00	2,00
Juni	13,50	17,05	10,41	662,00	1,00

Histogram för tid till fixlösning återfinns i figur 13 och 14 för Vetlanda stationen i maj samt juni månad; där figur 14 (juni) visar en tydlig förbättring på några sekunder sen maj månad.



Figur 13: Histogram för tid till fixlösning för monitorstationen Vetlanda och maj månad.



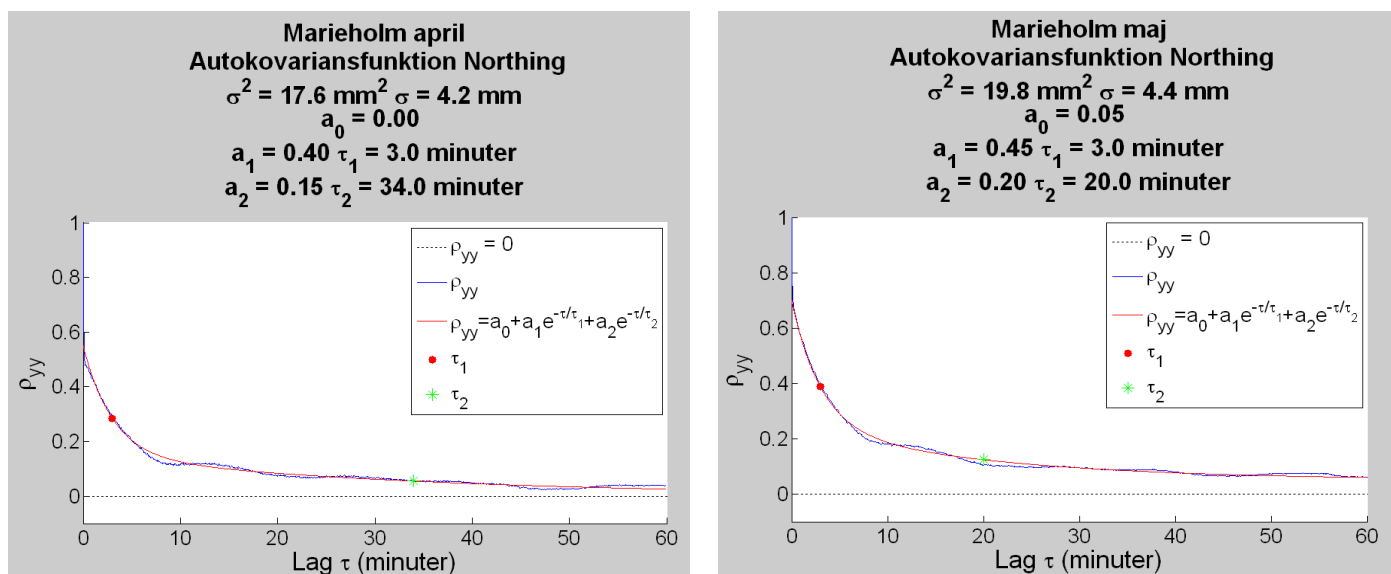
Figur 14: Histogram för tid till fixlösning för monitorstationen Vetlanda och juni månad.

Resterande histogram för tid till fixlösning finns i Appendix 1, där den generella trenden är att Marieholm och Nol tar cirka 10 sekunder på sig för beräknad fixlösning, medan Vetlanda tar några sekunder längre tid på sig.

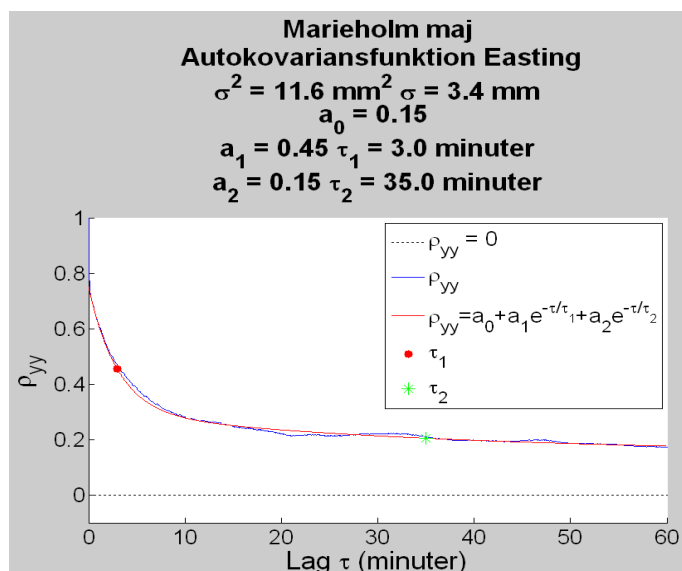
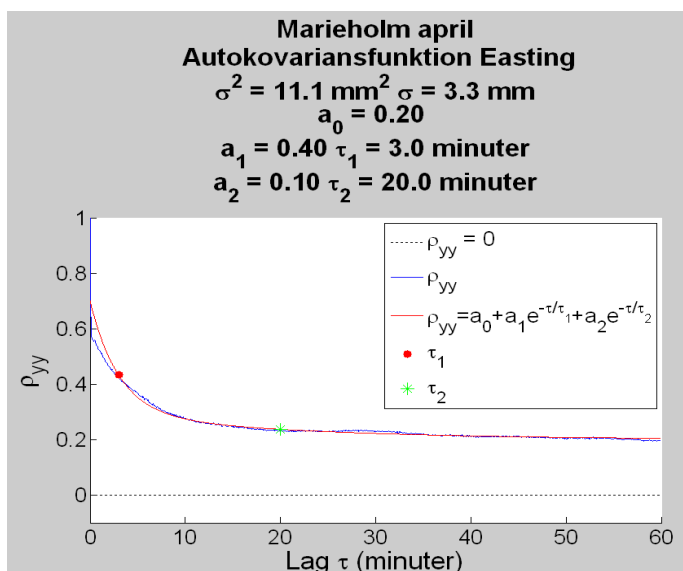
## 3.2 Autokovariansfunktionen

Autokovariansfunktionen beräknades efter att en medelavvikelse för varje koordinatkomponent (N, E och h) tagits bort, för samtliga monitorstationer. Den normaliserade autokovariansfunktionen (ekvation 2.5) för monitorstationen Marieholm (N, E och h) visas i figur 15-17. Den röda linjen är den minstakvadratanpassade funktionen som användes för att skatta korrelationslängderna (ekvation 2.8) och den blåa linjen är den beräknade normaliserade autokovariansfunktionen.  $\tau_1$  är markerade som en röd prick och antas visa korrelationslängden för flervägsfel/antenneffekter medan  $\tau_2$  är markerad som en grön stjärna och antas visa korrelationslängden för atmosfärs effekterna.

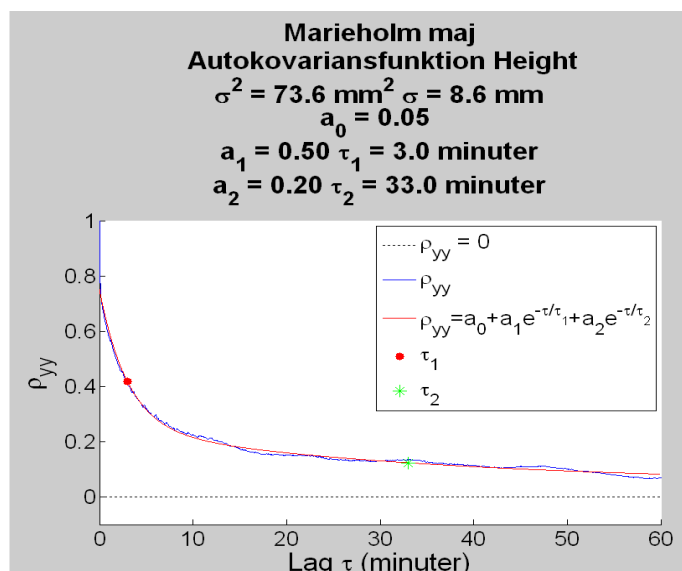
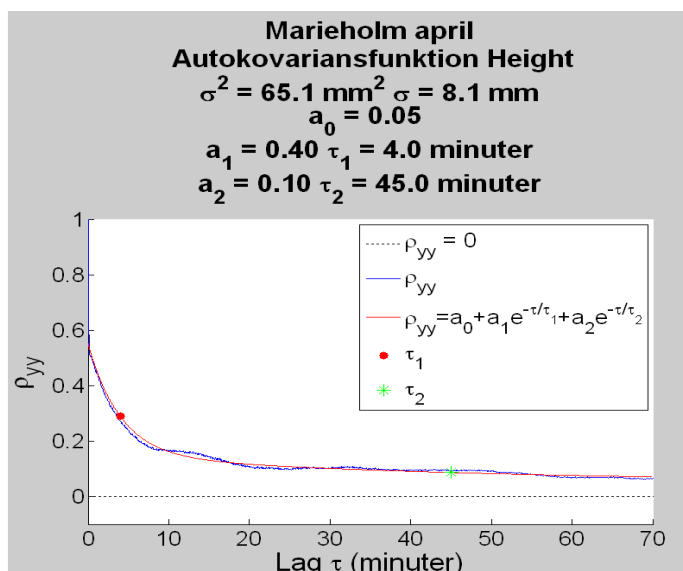
Figur 15 och 16 visar att en "oberoende" mätning för nord- och östkomponenten kan ges av en separation mellan mätningarna på ungefär 20-30 minuter ( $\tau_2 = 20$ -35 minuter) för monitorstationen Marieholm. Efter 30 minuter antas korrelationer för både flervägsfel/antenneffekter och atmosfärs effekter ha reducerats tillräckligt. Figur 17 visar att tid för "oberoende" mätning för höjdkomponenten kan ligga kring 30-45 minuter ( $\tau_2 = 33$ -45 minuter) för Marieholm.



Figur 15: Normaliserad autokovariansfunktion för monitorstationen Marieholm nord i april och maj.



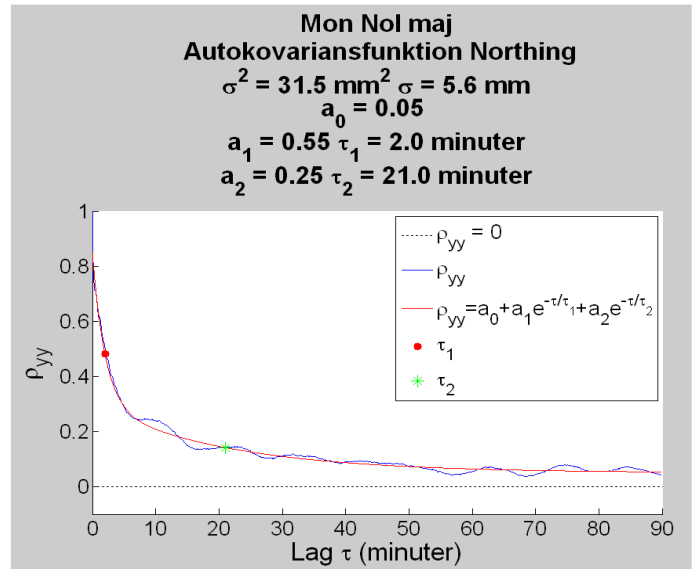
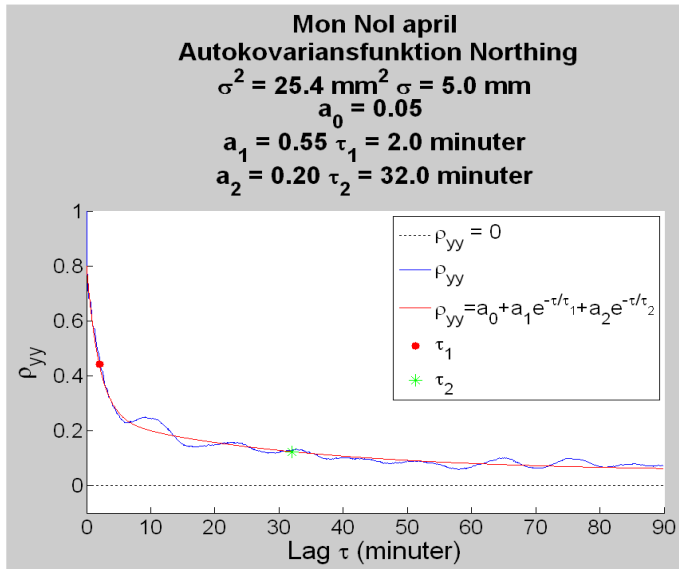
**Figur 16:** Normaliserad autokovariansfunktion för monitorstationen Marieholm öst i april och maj.



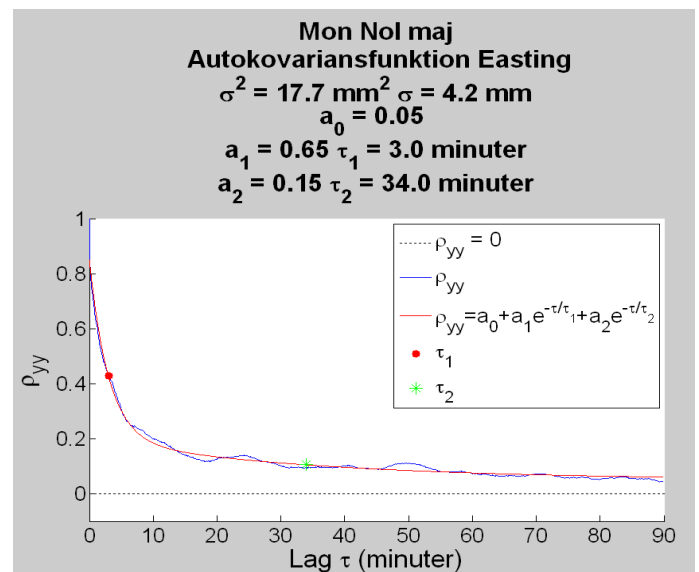
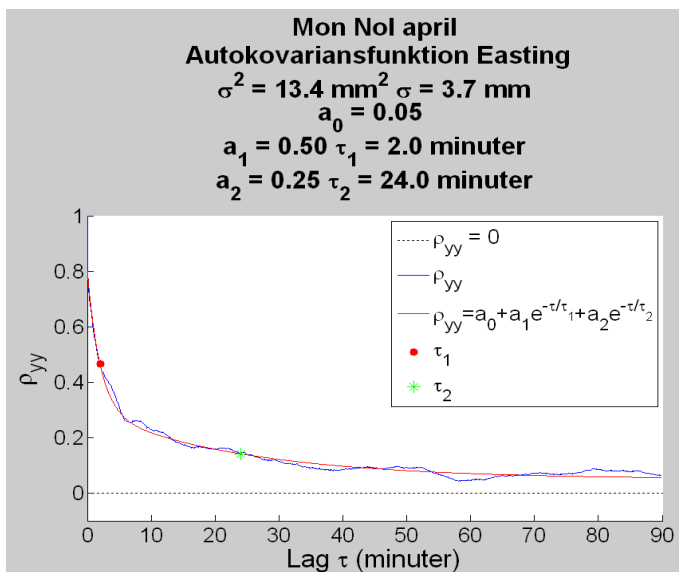
**Figur 17:** Normaliserad autokovariansfunktion för monitorstationen Marieholm höjd i april och maj.

Observera att korrelationslängderna kan skilja sig beroende på miljö, väder, solaktivitet, flervägsfel, avstånd till referensstationerna, med mera. Skattningarna ska därför tolkas som en indikation på den ungefärliga korrelationslängden, d.v.s. indikation till kring vilken tid som kan behövas för att erhålla en "oberoende" mätning vid projektanpassad nätverks-RTK-tjänst.

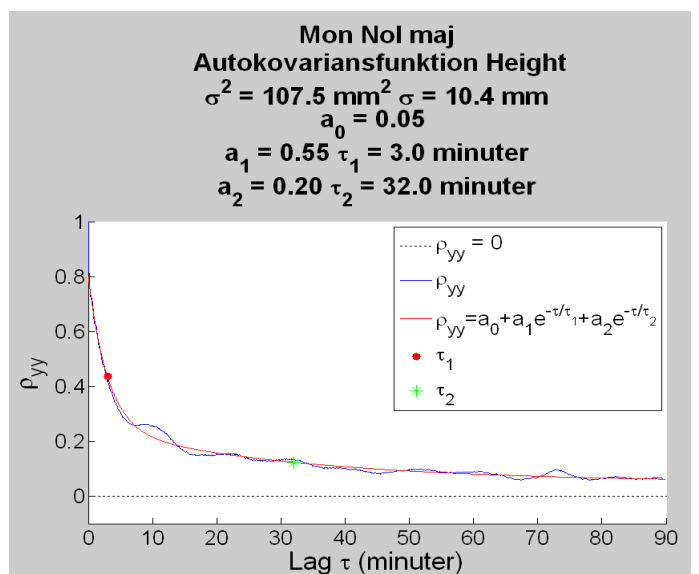
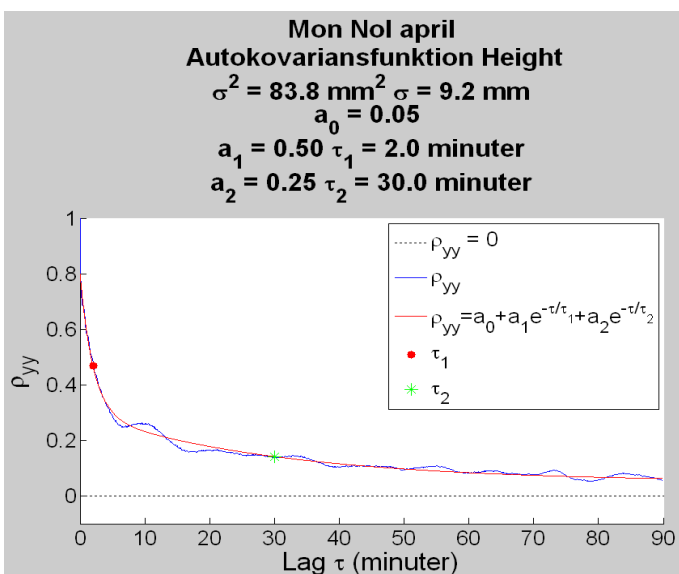
Vidare visas i figur 18-20 den normaliserade autokovariansfunktionen för monitorstationen Nol. Figurerna visar ungefär samma tendens som vid Marieholm-stationen, d.v.s. att det kan behövas cirka 20-30 minuters ( $\tau_2 = 21-34$  minuter) separation för att erhålla en "oberoende" mätning för nord- och östkomponenten, samt 30 minuter ( $\tau_2 = 30-32$  minuter) för höjdkomponenten i ett projektanpassat nätverks-RTK-system.



Figur 18: Normaliserad autokovariansfunktion för Nol nord i april och maj.

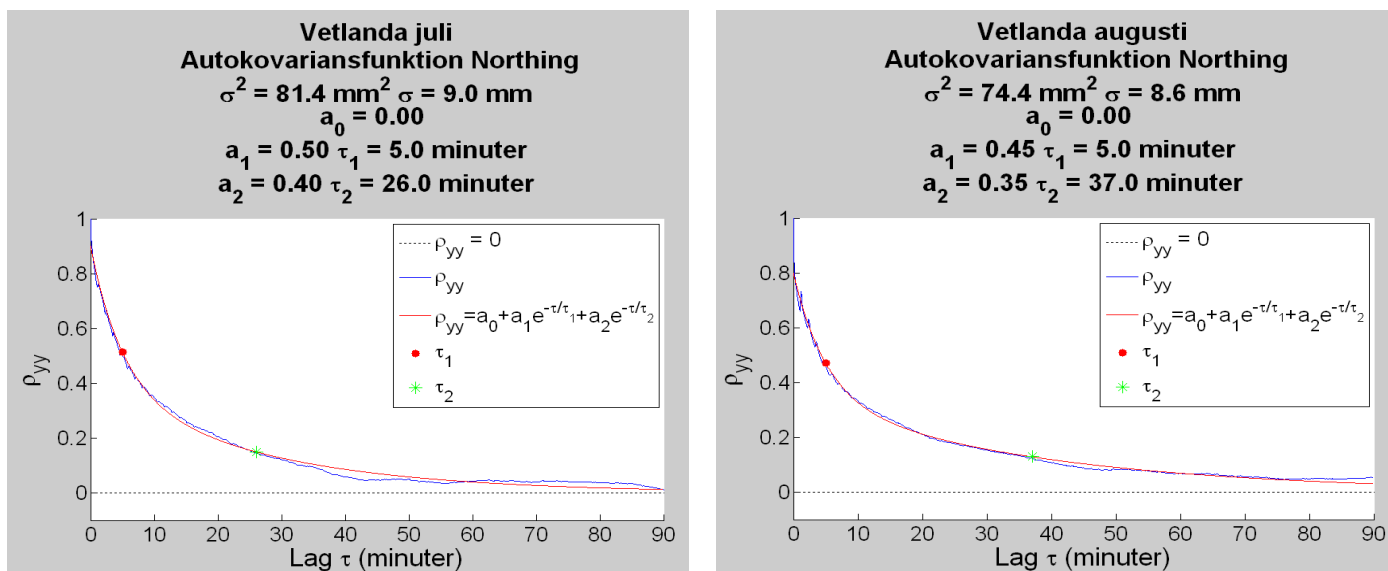


Figur 19: Normaliserad autokovariansfunktion för Nol öst i april och maj.

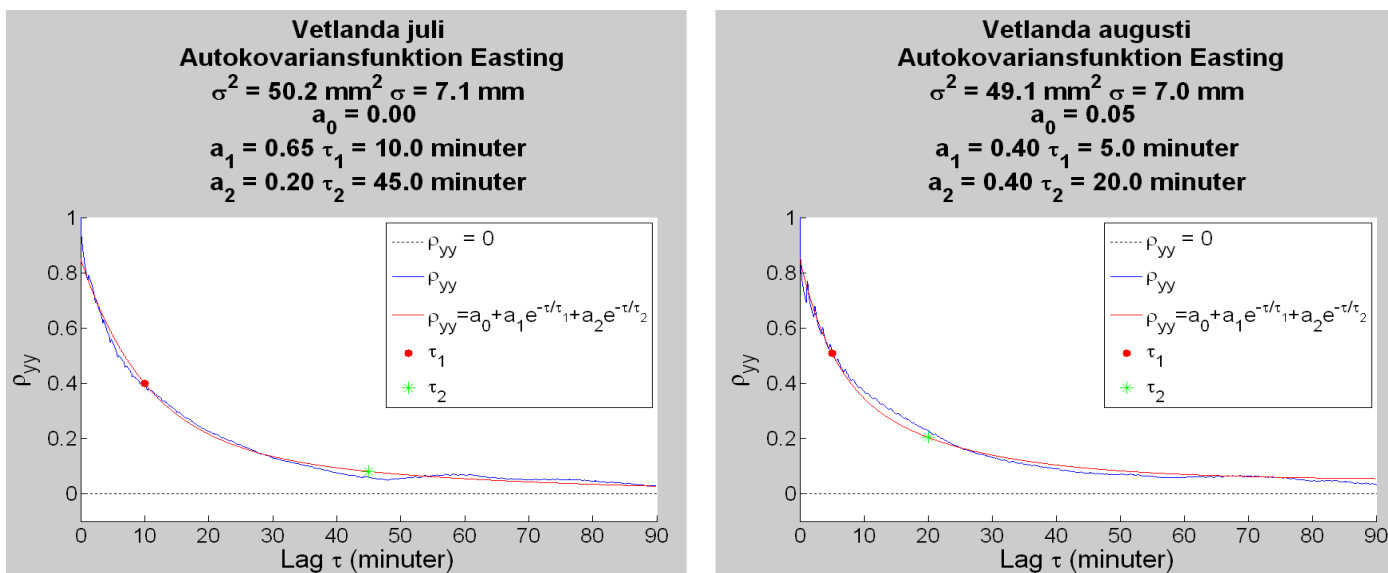


Figur 20: Normaliserad autokovariansfunktion för Nol höjd i april och maj.

Figur 21-23 visar den normaliserade autokovariansfunktionen för Vetlanda som är en monitor för SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst. För utvärdering av Vetlanda valdes månaderna juli och augusti, p.g.a. en ändring av inställningarna för monitorstationen (till s.k. VRS-läge) som visade sig ge tillförlitligare mätningar i framför allt höjddled. För Vetlanda verkar korrelationslängden kunna ligga kring 25-45 minuter ( $\tau_2 = 26$ -45 minuter) för nord/öst och för höjd kring 45-80 minuter ( $\tau_2 = 45$ -81 minuter).

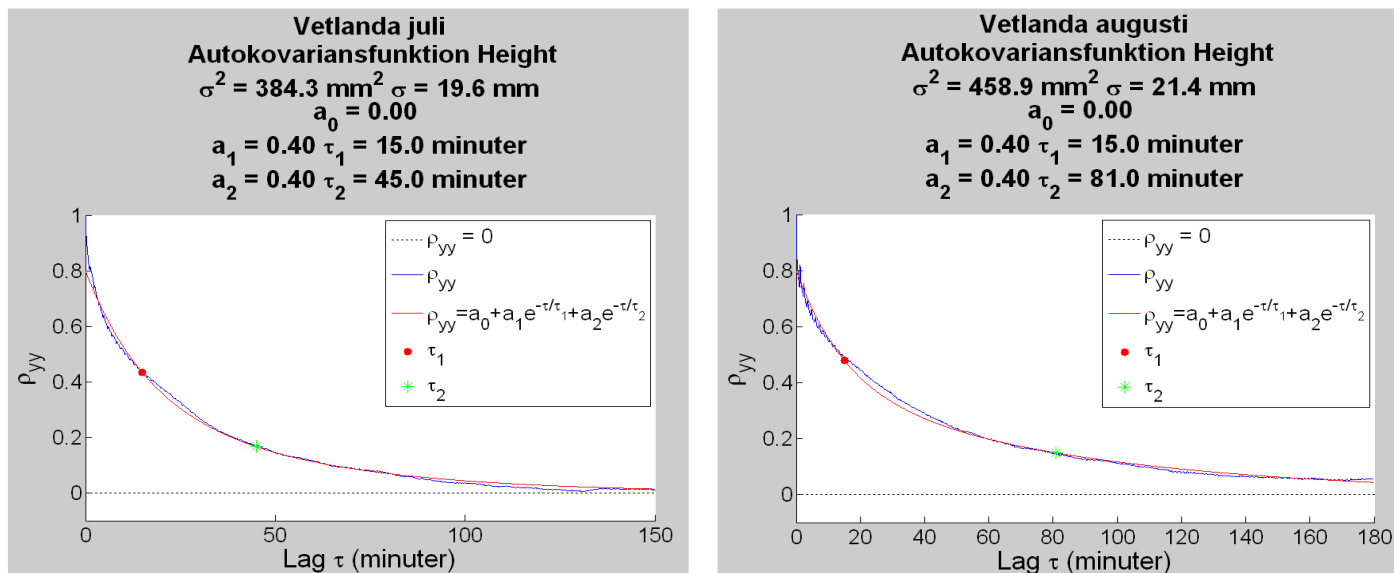


Figur 21: Normaliserad autokovariansfunktion för monitorstationen Vetlanda nord i juli och augusti.



Figur 22: Normaliserad autokovariansfunktion för monitorstationen Vetlanda öst i juli och augusti.



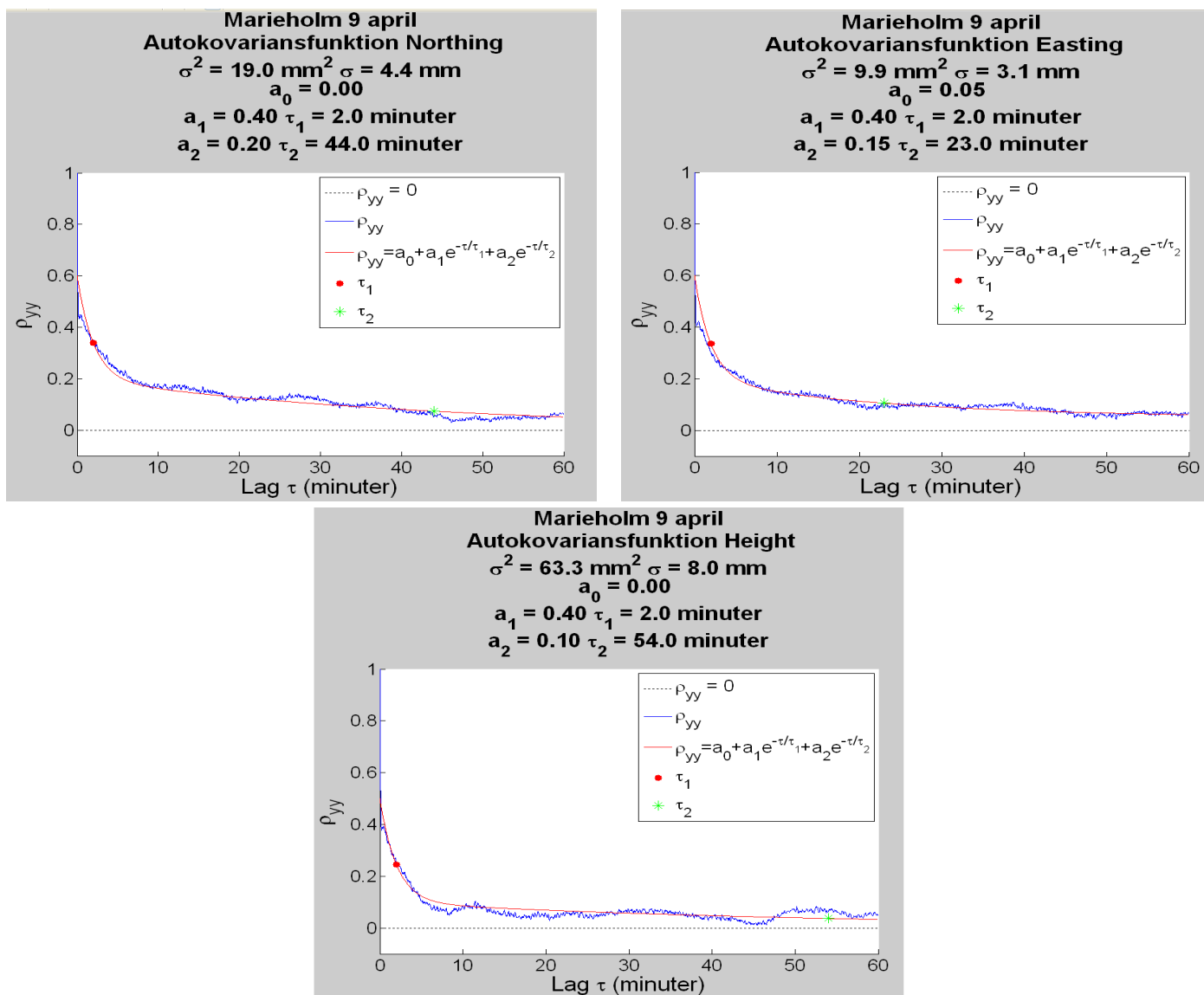


**Figur 23:** Normaliserad autokovariansfunktion för monitorstationen Vetlanda höjd i juli och augusti.

Anledningen till att RTK-data från denna monitorstation kräver längre tidsseparation för "oberoende" mätningar kan bero på att förhållandena ser annorlunda ut i jämförelse med Nol och Marieholm, exempelvis är det längre avstånd till närmaste referensstation (precis som för den vanliga nätverks-RTK-tjänsten) och därmed större relativa variationer i de troposfäriska förhållandena, etc. Skattningarna ska även här tolkas som en indikation på den ungefärliga korrelationslängden, d.v.s. vilken tidsseparation som kan behövas för att erhålla en "oberoende" mätning vid användning av standard nätverks-RTK-tjänst.

### 3.3 Medeltalets varians och effektivt antal observationer

Autokovariansfunktionen (ekvation 2.4) användes sedan för att beräkna det "effektiva antalet" mätningar, d.v.s. beräkna hur många mätningar som anses vara okorrelerade. Den informationen kan bland annat ge användaren en indikation på hur överskattad uppskattning av noggrannhet som erhålls om ingen hänsyn tas till korrelationer. Med hjälp av det "effektiva antalet" mätningar skattades sedan det (tids)avstånd som krävs för att mätningarna ska antas vara okorrelerade. Allt detta beräknades med hjälp av ekvation 2.10-2.15 för en mätsituationen med 20 minuter (1200 mätningar), en timme (3600 mätningar) och två timmar (7200 mätningar) baserat på autokovariansfunktionen för 9e april (totalt 24 timmar) och monitorstationen Marieholm (figur 24).



**Figur 24:** Normaliserade autokovariansfunktioner för monitorstationen Mariefholm (nord, öst och höjd) för den 9e april.

Tabell 11 visar vid en mät-session på 20 minuter att cirka 4, 4 och 7 mätningar för nord, öst respektive höjd (av totalt  $n = 1200$  mätningar) kan antas vara okorrelerade mätningar ( $n_*$ , ekvation 2.14). Tabellen visar också att medeltalets medelfel beräknat utan korrelationer (ekvation 2.13) är rejält underskattat i jämförelse med när korrelationer tagits i beaktande (ekvation 2.12). Medelfel (RMS) för hela tidsserien på ett dygn betecknas i tabellen som  $\sigma$ .

Tabell 12 och 13 visar samma beräkningar som tabell 11, fast baserat på mät-sessioner på en respektive två timmar.

**Tabell 11:** Medelfel (RMS) för varje koordinatkomponent över hela tidsserien ( $\sigma$ ), medeltalets medelfel beräknat utan korrelationer ( $\sigma_{\bar{x}_0}$ ) och med korrelationer ( $\sigma_{\bar{x}}$ ), totalt antal mätningar ( $n$ ), "effektiva antalet" mätningar ( $n_*$ ) av 20 minuter samt skattat tidsavstånd ( $\Omega$ ), allt baserat på data från Marieholm och 9e april.

9e april Marieholm 20 min	$\sigma$ (mm)	$\sigma_{\bar{x}_0}$ (mm)	$\sigma_{\bar{x}}$ (mm)	n	$n_*$	$\Omega$ (minuter)
Nord	4,4	0,13	2,18	1200	4,0	5,0
Öst	3,1	0,09	1,50	1200	4,4	4,5
Höjd	8,0	0,23	3,11	1200	6,5	3,1

**Tabell 12:** Medelfel (RMS) för varje koordinatkomponent över hela tidsserien, medeltalets medelfel beräknat utan korrelationer och med korrelationer, totalt antal mätningar, "effektiva antalet" mätningar av en timme samt skattat tidsavstånd, allt baserat på data från Marieholm och 9e april.

9e april Marieholm en timme	$\sigma$ (mm)	$\sigma_{\bar{x}_0}$ (mm)	$\sigma_{\bar{x}}$ (mm)	n	$n_*$	$\Omega$ (minuter)
Nord	4,4	0,07	1,76	3600	6,1	9,8
Öst	3,1	0,05	1,20	3600	6,8	8,8
Höjd	8,0	0,13	2,38	3600	11,2	5,4

**Tabell 13:** Medelfel (RMS) för varje koordinatkomponent över hela tidsserien, medeltalets medelfel beräknat utan korrelationer och med korrelationer, totalt antal mätningar, "effektiva antalet" mätningar av två timmar samt skattat tidsavstånd, allt baserat på data från Marieholm och 9e april.

9e april Marieholm två timmar	$\sigma$ (mm)	$\sigma_{\bar{x}_0}$ (mm)	$\sigma_{\bar{x}}$ (mm)	n	$n_*$	$\Omega$ (minuter)
Nord	4,4	0,05	1,49	7200	8,6	13,9
Öst	3,1	0,04	1,05	7200	9,0	13,3
Höjd	8,0	0,09	2,11	7200	14,2	8,4

Tabellerna visar att medeltalets medelfel underskattas med en faktor på ungefär 16, 22 respektive 27 för 20 minuter, en timme respektive två timmars mätsessioner, om ingen hänsyn tas till korrelationer. Dessutom visar tabellerna att medeltalet inte blir så väldigt mycket bättre ( $\sigma_{\bar{x}}$ ) än enstaka mätning ( $\sigma$ ) oavsett vald längd på mätsessionen, vilket dock  $\sigma_{\bar{x}_0}$  kan ge sken av. Tabell 12-13 visar också att det skattade tidsavståndet ( $\Omega$ ) för 9e april ser ut att ligga i storleksordningen  $\sim 10$ -15 minuter i plan och höjd. En mätsession på 20 minuter

verkar dock inte räcka till för att få en tillförlitlig skattning av  $\Omega$  (tabell 11), detta p.g.a. att autokovariansfunktionen då inte riktigt har börjat närma sig 0 (figur 24).

Detta tidsavstånd kan antas vara den "totala" korrelationslängden, en sammanvägning av  $\tau_1$  och  $\tau_2$  som gör att  $\Omega$  hamnar någonstans mellan dessa värden (vilket figur 24 också visar att  $\Omega$  gör). Skattningarna av  $\tau_1$  och  $\tau_2$  har dock som nämnts tidigare baserats på andra grunder, d.v.s. tidskorrelationen antas vara "borta" vid autokovariansfunktionen  $\approx 1/e$ , medan för  $\Omega$  antas tidskorrelationen vara borta vid autokovariansfunktionen = 0. Dessutom är  $\tau_1$  och  $\tau_2$  minstakvadratskattade värden utifrån en modell som inte ska övertolkas, medan  $\Omega$  är beräknat utifrån värden i den beräknade autokovariansfunktionen. P.g.a. detta så kan inte värdena för tidsavståndet riktigt jämföras rakt av med  $\tau_1$  och  $\tau_2$ .

I tabell 14-16 presenteras slutligen skattat tidsavstånd  $\Omega$  för Marieholm, Nol respektive Vetlanda, men nu baserat på data för hela månader. Allt beräknades med hjälp av de skattade parametrarna ( $a_0, a_1, a_2, \tau_1$  samt  $\tau_2$ ) för respektive månad (från figur 15-23) och med de olika sessionslängderna som användes ovan (20 minuter, en timme och två timmar). Observera att  $\Omega$  i plan motsvarar medelvärdet av  $\Omega$  för N och E.

Tabell 14: Skattat tidsavstånd ( $\Omega$ ) baserat på data från Marieholm i april och maj.

Marieholm (minuter)	$\Omega$ 20 min april	$\Omega$ 20 min maj	$\Omega$ 1h april	$\Omega$ 1h maj	$\Omega$ 2h april	$\Omega$ 2h maj
Plan	9,5	9,7	19,1	19,2	30,0	29,7
Höjd	9,6	9,1	18,2	17,3	27,2	24,8

Tabell 15: Skattat tidsavstånd ( $\Omega$ ) baserat på data från Nol i april och maj.

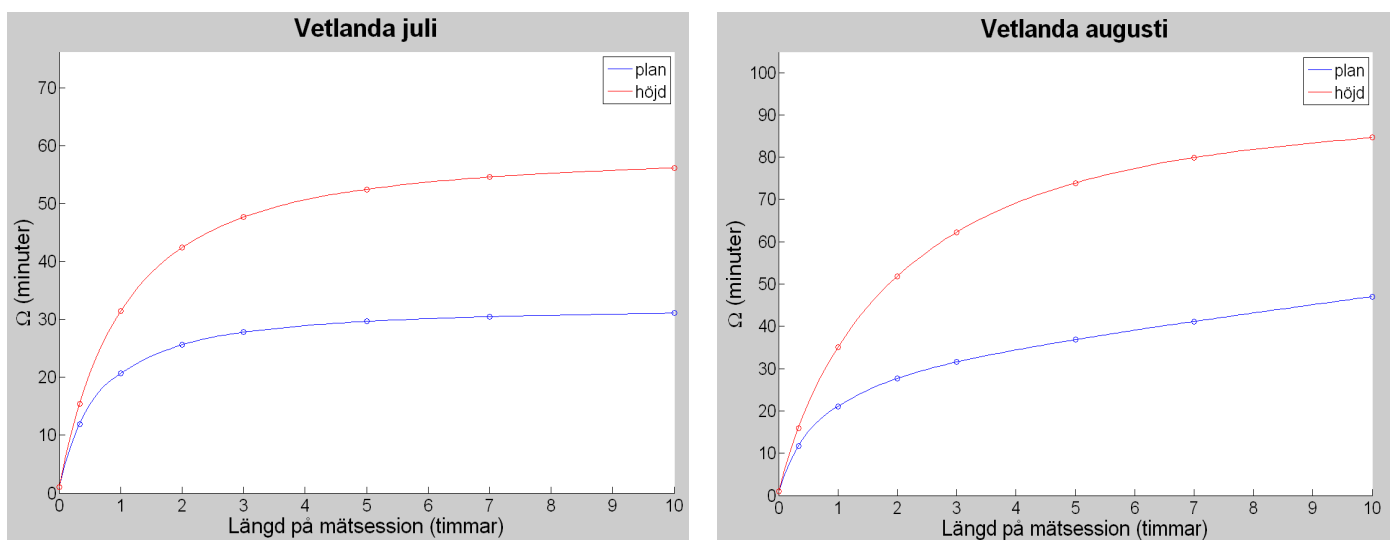
Nol Mon (minuter)	$\Omega$ 20 min april	$\Omega$ 20 min maj	$\Omega$ 1h april	$\Omega$ 1h maj	$\Omega$ 2h april	$\Omega$ 2h maj
Plan	8,1	7,9	15,4	14,3	22,0	20,0
Höjd	8,6	8,9	16,8	16,4	24,1	23,4

Tabell 16: Skattat tidsavstånd ( $\Omega$ ) baserat på data från Vetlanda i juli och augusti.

Vetlanda (minuter)	$\Omega$ 20 min juli	$\Omega$ 20 min augusti	$\Omega$ 1h juli	$\Omega$ 1h augusti	$\Omega$ 2h juli	$\Omega$ 2h augusti
Plan	12,0	11,6	20,7	21,1	25,6	27,7
Höjd	15,4	15,9	31,5	35,1	42,4	51,9

Tabell 14 och 15 visar att värdet på det skattade tidsavståndet i höjddled ligger nära tidsavståndet i plan vid ett projektanpassat nät. Det antyder att en förtätning av referensstationerna gör att tidsavståndet för höjddled "närmar sig" plan. Detta antas bland annat bero på att troposfärmodelleringen vid korta avstånd mellan referensstationerna är säkrare, vilket i sin tur påverkar framför allt höjddled.

Figur 25 visar vidare hur det skattade tidsavståndet för Vetlanda (tabell 16) förändras om mätsessioner på 3, 5, 7 respektive 10 timmar också skulle ha använts.



**Figur 25:** Skattat tidsavstånd ( $\Omega$ ) för monitorstationen Vetlanda i juli och augusti baserat på olika mätsessioner.

Figuren visar att en längre tidsseparation på upp till några timmar vid mätning med standard nätverks-RTK-tjänst skulle gynna framför allt höjddkomponenten, men även till viss del plan. Figuren visar nämligen en tendens till ett konvergerande värde för skattningen av tidsavståndet vid 3-4 timmar eller mer, då korrelationen troligen närmast sig 0. Figur 23 styrker vidare att korrelationen har närmast sig 0 vid  $\sim 3$  timmar. Dessutom visar figur 25 att vid standard nätverks-RTK-tjänst är tidsavståndet betydligt längre för höjd än för plan. Detta ter sig rimligt p.g.a. att det är längre avstånd mellan referensstationerna för standard nätverks-RTK-tjänst, vilket in sin tur bland annat gör att troposfärmodelleringen kan vara svårare att få korrekt p.g.a. de lokala skillnader som kan förekomma mellan både referensstationerna och mottagaren. Detta in sin tur påverkar framför allt höjddled.

### 3.4 Jämförelse genom empirisk beräkning av medeltalets medelfel

För att verifiera resultaten i tabell 12, och testa att de teorier och formler kring korrelation i mätningar som använts ovan ger rimliga resultat, har medeltal för varje timme beräknats för 9e april och monitorstationen Marieholm. Medeltalen, standardavvikelse för

mätningarna ingående i varje timmes medeltal, och timmesmedelta-  
lens medelfel (enligt hypotesen om oberoende observationer) har  
studerats.

Medelavvikelsen för hela dygnet subtraherades först från samtliga  
avvikelser i tidsserien (precis som när autokovariansfunktionen be-  
räknades). Sedan beräknades medeltalet av avvikelserna (ekvation  
2.9) för varje timme (totalt 24 medeltal). Därefter beräknades stan-  
dardavvikelsen för (enskild observation ingående i) varje medeltal  
och timme enligt:

$$s_{1h} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

där  $x_i$  är mätning  $i$ ,  $n$  är totala antalet mätningar under 1 timme och  
 $\bar{x}$  är medeltalet av de  $n$  avvikelserna som ingår i timmesmedeltalet.  
Medeltalets medelfel för varje timme kunde sedan beräknas som:

$$\sigma_{\bar{x}_0 1h} = s_{1h} / \sqrt{n}$$

och medeltalets medelfel för samtliga 24 timmar kunde sedan beräk-  
nas som en "poolad" standardavvikelse (Vännman 2002):

$$s_{totalt} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}_0 1h}^2 + \sigma_{\bar{x}_0 2h}^2 + \dots + \sigma_{\bar{x}_0 24h}^2}{24}}$$

där  $\sigma_{\bar{x}_0 1h}, \sigma_{\bar{x}_0 2h}, \dots, \sigma_{\bar{x}_0 24h}$  är medeltalets medelfel för timme 1, 2, ...,  
24.

Därefter beräknades ett RMS (spridning kring "känt" värde) av alla  
24 medeltalen ( $\bar{x}_{1h}, \bar{x}_{2h}, \dots, \bar{x}_{24h}$ ) som:

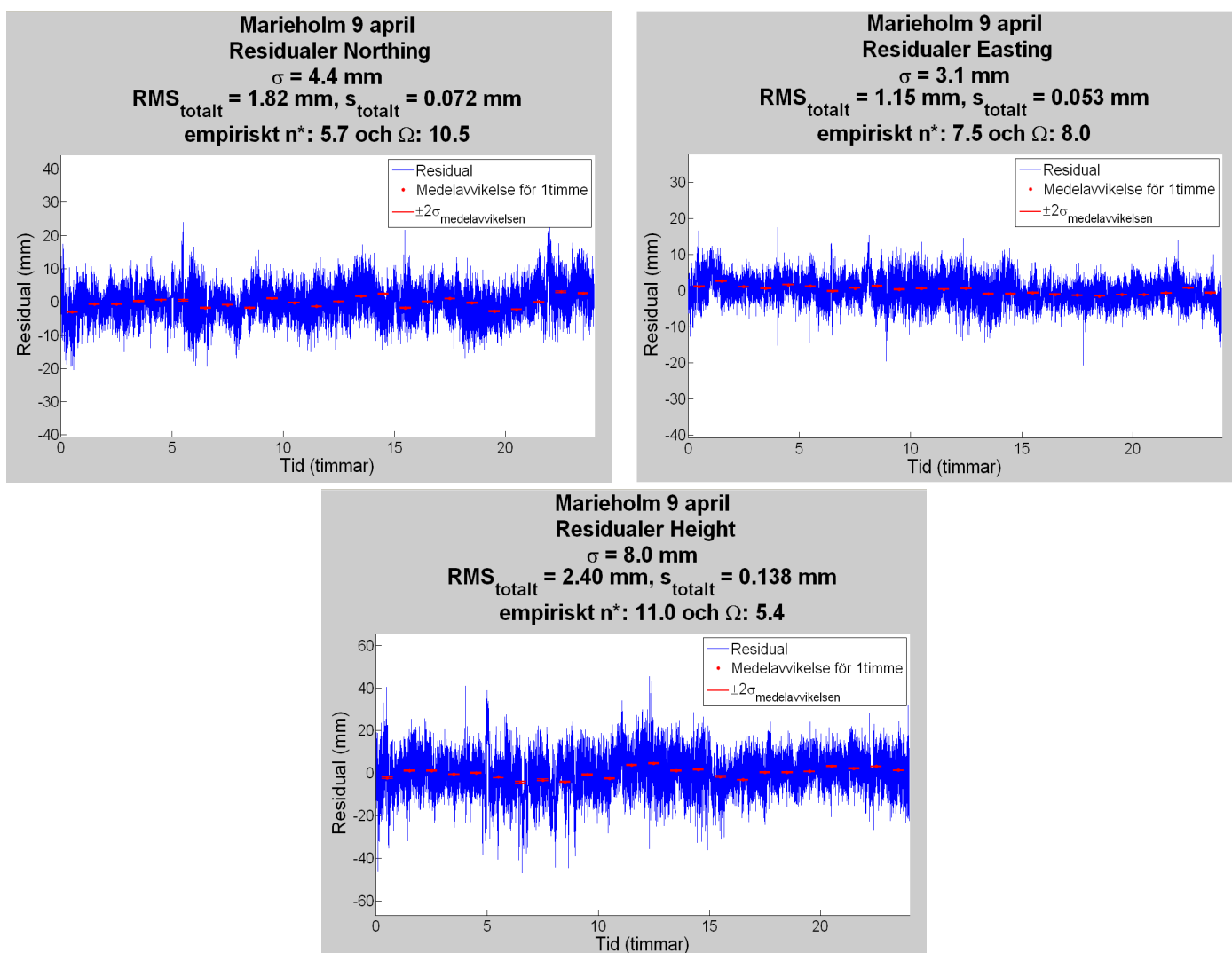
$$RMS_{totalt} = \sqrt{\frac{\bar{x}_{1h}^2 + \bar{x}_{2h}^2 + \dots + \bar{x}_{24h}^2}{24}}$$

Utifrån medelfelet ( $\sigma$ ) för hela tidsserien som skattats utan hänsyn till  
korrelationer (kolumn 2 i tabell 12), kan nu det "effektiva antalet"  
mätningar beräknas som:

$$n_* = \sigma / RMS_{totalt}$$

Samtliga dessa värden presenteras i figur 26 för nord, öst och höjd,  
där  $\pm 2$  gånger medeltalets medelfel visas med två röda streck och  
röda punkten i mitten visar medeltalet av avvikelserna för varje  
timme. Som synes blir det väldigt små glapp mellan de röda strecken  
p.g.a. den underskattning av medeltalets medelfel som det blir utan  
att ta hänsyn till korrelationer, vilket  $s_{totalt}$  visar. Dock ger  $RMS_{totalt}$  en

mer realistisk uppskattning av medeltalets medelfel (med hänsyn till korrelationer). Värdena i figur 26 är därför snarlika de värden som presenteras i tabell 12, d.v.s.  $RMS_{\text{totalt}} \approx \sigma_{\bar{x}}$ ,  $s_{\text{totalt}} \approx \sigma_{\bar{x}_0}$ , empiriskt  $n_* \approx n_*$  och empiriskt  $\Omega \approx \Omega$ .



**Figur 26:** Medeltalets spridning ( $RMS_{\text{totalt}}$ ) kontra medeltalets medelfel ( $s_{\text{totalt}}$ ) för 9e april och Marieholm.  $n_*$  visar det beräknade "effektiva antalet" mätningar då mätning sker under en timme (totalt 3600 mätningar).

Detta visar att de i avsnitt 3.3 framtagna uppskattningarna av korrelation i observationer är rimliga. Detta förfarande som beskrivits ovan testades också för 20 minuter respektive 2 timmar för att kunna jämföras med tabell 11 och 13, samt för att ytterligare stärka att de i avsnitt 3.3 framtagna uppskattningarna av korrelation i observationer är rimliga. Samtliga jämförelser sammanfattas i tabell 18-20 och de visar på nästintill samstämmiga värden med motsvarande tabell 11-13.

**Tabell 18:** Jämförelse mellan tabell 11 (d.v.s. medeltalets varians skattat med autokovariansfunktionen) och en empirisk beräkning av medeltalets medelfel, allt baserat på en mätsession på 20 minuter.

<b>9e april Marieholm 20 min</b>	$\sigma_{\bar{x}_0}$ (mm)	$s_{\text{totalt}}$ (mm)	$\sigma_{\bar{x}}$ (mm)	$\text{RMS}_{\text{totalt}}$ (mm)	$n_*$	Empiriskt $n_*$	$\Omega$ (minuter)	Empiriskt $\Omega$ (minuter)
Nord	0,13	0,12	2,18	2,13	4,0	4,2	5,0	4,8
Öst	0,09	0,09	1,50	1,51	4,4	4,3	4,5	4,6
Höjd	0,23	0,23	3,11	3,11	6,5	6,6	3,1	3,0

**Tabell 19:** Jämförelse mellan tabell 12 (d.v.s. medeltalets varians skattat med autokovariansfunktionen) och en empirisk beräkning av medeltalets medelfel, allt baserat på en mätsession på en timme.

<b>9e april Marieholm 1 timme</b>	$\sigma_{\bar{x}_0}$ (mm)	$s_{\text{totalt}}$ (mm)	$\sigma_{\bar{x}}$ (mm)	$\text{RMS}_{\text{totalt}}$ (mm)	$n_*$	Empiriskt $n_*$	$\Omega$ (minuter)	Empiriskt $\Omega$ (minuter)
Nord	0,07	0,07	1,76	1,82	6,1	5,7	9,8	10,5
Öst	0,05	0,05	1,20	1,15	6,8	7,5	8,8	8,0
Höjd	0,13	0,14	2,38	2,40	11,2	11,0	5,4	5,4

**Tabell 20:** Jämförelse mellan tabell 13 (d.v.s. medeltalets varians skattat med autokovariansfunktionen) och en empirisk beräkning av medeltalets medelfel, allt baserat på en mätsession på två timmar.

<b>9e april Marieholm 2 timmar</b>	$\sigma_{\bar{x}_0}$ (mm)	$s_{\text{totalt}}$ (mm)	$\sigma_{\bar{x}}$ (mm)	$\text{RMS}_{\text{totalt}}$ (mm)	$n_*$	Empiriskt $n_*$	$\Omega$ (minuter)	Empiriskt $\Omega$ (minuter)
Nord	0,05	0,05	1,49	1,26	8,6	11,9	13,9	10,1
Öst	0,04	0,04	1,05	0,99	9,0	10,0	13,3	12,0
Höjd	0,09	0,10	2,11	1,92	14,2	17,3	8,4	7,0



## 4 Kommentarer och slutsatser kring noggrannhet och tidskorrelationer

Sammanfattningsvis visar tabell 21 medeltalet av de skattade tidsavstånden  $\Omega$  (baserat på två timmars sessioner, tabell 14-16) för projektanpassad tjänst (Marieholm/Nol) och standard nätverks-RTK-tjänst (Vetlanda). Dessutom visas medeltalet av korrelationslängderna ( $\tau_1$  och  $\tau_2$ , i figur 15-23) för projektanpassad tjänst och standard nätverks-RTK-tjänst för samtliga månader. Observera att  $\tau_1$  och  $\tau_2$  i plan är medeltalet av  $\tau_1$  och  $\tau_2$  för nord respektive öst. Projektanpassad tjänst betecknas i tabellen som "PRTK" och standardtjänst som "NRTK".

Tabell 21: Skattat tidsavstånd ( $\Omega$ ) och korrelationslängder ( $\tau_1$  och  $\tau_2$ ) för projektanpassad tjänst och standard nätverks-RTK-tjänst.

Korrelationslängder (minuter)	PRTK $\tau_1$	PRTK $\tau_2$	PRTK $\Omega$	NRTK $\tau_1$	NRTK $\tau_2$	NRTK $\Omega$
Plan	2,6	27,5	25,4	6,3	32,0	26,7
Höjd	3,0	35,0	24,9	15,0	63,0	47,2

Dessa skattade tidsavstånd och korrelationslängder (tabell 21) styrks och styrker tidigare rekommendationer/"best practice"-riktlinjer, där det föreslås 20-45 minuter eller mer för att erhålla "nästan" eller helt oberoende mätningar med standard nätverks-RTK-tjänst (Edwards et al. 2008, Norin et al. 2006, Sundsby et al. 2005). Norin et al. (2006) och Sundsby et al. (2005) grundar dessa värden på "praktiska erfarenheter". Edwards et al. (2008) baserar sina skattningar på en noggrannhetsundersökning av flera medeltalsbildningar (utan någon direkt korrelationsanalys), som i sin tur är baserat på ett relativt stort antal mätningar med varierande rumsliga förhållanden. Där kommer de fram till att vid längre avstånd till referensstationerna, eller vid höga noggrannhetskrav, bör användaren medeltalsbilda med 20-45 minuters separation (eller mer) mellan varje mätning. Likaså kommer de fram till att detta även gäller då det är stora höjdskillnader mellan referensstationerna och mottagaren, p.g.a. att det är svårt att vid sådana förhållanden modellera tillförlitliga troposfärskorrektinger beroende på de lokala skillnader som kan förekomma. Det lägre intervallet kring 20 minuter eller mer avser förbättring av framför allt plannoggrannhet, medan det övre intervallet kring 45 minuter eller mer avser förbättring av framför allt höjdnoggrannheten.

En effekt av korrelation i observationerna är att mätningarna kan upplevas som bra eftersom korrelationen gör att alla fel är ungefär likadana. Repeterbarheten vid mätning under kort tid kan alltså vara god, men medeltalet får ett fel som påminner om ett systematiskt fel. Storleken på det felet avgörs i sin tur av "mätteknikens" osäkerhet ifråga, där medelfel i plan och höjd (exklusive geoidfelet) för stan-

dard nätverks-RTK-tjänst skattades till 12 respektive 27 mm (tabell 5-6), till skillnad mot projektanpassad tjänst som skattades till 6 respektive 11 mm (tabell 1-4). Tidsseparation mellan observationerna ger en större förbättring av noggrannheten på mätningarna då standard nätverks-RTK-tjänst används, i jämförelse med projektanpassad tjänst. Dessa medelfel är dock för båda tjänsterna skattade under relativt bra förhållanden och utan större problem med flervägsfel, hög jonosfärsaktivitet m.m. Vid sämre förhållanden kan därför tidskorrelationerna förväntas ge en än större negativ påverkan på noggrannheten i mätningarna.

Slutligen bör det påpekas att det som skrivs här kring korrelation i RTK-positioner berör fel då fixlösningen är korrekt bestämd, och är inte applicerbart på t.ex. grova fel som ibland uppkommer. För att identifiera grova fel som beror på t.ex. felaktig fixlösning torde en ominitialisering av RTK-rovern vara en lämplig åtgärd.

Det är också viktigt att nämna att det fanns tidsglapp i tidsserierna i detta arbete p.g.a. ominitialisering för att uppnå ny fixlösning, samt att vissa mätningar som översteg en viss noggrannhetsnivå togs bort. Detta kan göra att det för vissa tidsförskjutningar förlorats en viss statistisk tillförlitlighet för autokovariansfunktionen då glappen gör att överbestämningarna blir färre, jämfört mot om det inte funnits glapp alls. Dock analyserades hela månader för autokovariansfunktionen (figur 15-23), med 1 sekunders intervall, vilket gav en hel del värden för ökad tillförlitlighet. Det kommer i framtiden att etableras fler monitorstationer, vilket medför mer data att tillgå för fortsatt analys. Spektralanalys kan även det ge en mer komplementär bild för en vidare utvärdering.

Ett annat viktigt syfte med denna studie var att jämföra resultaten baserade på data från monitorstationerna med resultaten från CLOSE-RTK (*Emardson et al. 2009*). För standardtjänsten uppskattar CLOSE-RTK ett medelfel i plan till ca 12 mm och medelfel i höjd (exklusive geoidfelet) till ca 27 mm. Detta stämmer tämligen väl med resultaten från Vetlanda i tabell 5 och 6. Däremot visar data från juli och augusti (figur 23) på mindre osäkerhet i höjd (ca 20-22 mm) än vad CLOSE-RTK förutspår. För projektanpassad tjänst baserad på 10 km mellan fasta referensstationer uppskattar CLOSE-RTK ett medelfel i plan till ca 6 mm och medelfel i höjd till ca 11 mm. Även detta stämmer tämligen väl med resultaten i tabell 1-4.

Beträffande korrelation så ger inte CLOSE-RTK direkt värde på korrelation i erhållna RTK-positioner, utan presenterar korrelationslängder för de ingående felkällorna då avståndet mellan referensstationerna motsvarar SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst. För de största felkällorna troposfär respektive jonosfär, uppskattas korrelationslängden till 6700 respektive 1000 sekunder (eller 112 resp. 17 minuter). Dessa värden är i alla fall av samma storleksordning som de som visas i figur 21-23.

## Referenser

*Emardson R, Jarlemark P, Bergstrand S, Nilsson T, Johansson J, 2009:* Measurement accuracy in Network-RTK. SP Sveriges Tekniska Forskningsinstitut och Chalmers tekniska högskola. SP report 2009:23, <http://www.sp.se/sv/publications/Sidor/Publikationer.aspx> , besökt 2009-11-30.

*Edwards S, Clarke P, Goebell S, Penna N, 2008:* An examination of commercial network RTK GPS services in Great Britain. School of Engineering and Geosciences, Newcastle University, Newcastle.

*Emery W J & Thomson R E, 2001:* Data Analysis Methods in Physical Oceanography, second and revised edition. Library of Congress, Elsevier.

*Kempe C & Jivall L, 2002:* SWEPOS™ Automated Processing Service. Presenterad på den 14:de "General Meeting of the Nordic Geodetic Commission (NKG)" i Espoo, Finland, 1-5 oktober, 2002, [http://www.lantmateriet.se/upload/filer/kartor/geodesi\\_gps\\_och\\_detaljmatning/Rapporter-Publikationer/Publikationer/NKG\\_2002\\_paper\\_ber-aut.pdf](http://www.lantmateriet.se/upload/filer/kartor/geodesi_gps_och_detaljmatning/Rapporter-Publikationer/Publikationer/NKG_2002_paper_ber-aut.pdf), besökt 2010-02-10.

*Lantmäteriet, 2010:* Rapportserie: Geodesi och Geografiska informationssystem, <http://www.lantmateriet.se> , Startside / Kartor / Geodesi och GPS / Rapporter/Publikationer , eller: [http://www.lantmateriet.se/templates/LMV\\_Page.aspx?id=2688](http://www.lantmateriet.se/templates/LMV_Page.aspx?id=2688), besökt 2010-02-09.

*Norin D, Engfeldt A, Johansson D, Lilje C, 2006:* Kortmanual för mätning med SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst. Rapportserie: Geodesi och Geografiska informationssystem, 2006:2, Lantmäteriet, Gävle.

*Odolinski R & Sunna J, 2009:* Detaljmätning med nätverks-RTK - en noggrannhetsundersökning. Rapportserie: Geodesi och Geografiska informationssystem, 2009:2, Lantmäteriet, Gävle.

*Persson C-G, 2008:* Några betraktelser över begreppet noggrannhet. Opublicerat PM, Lantmäteriet, Gävle.

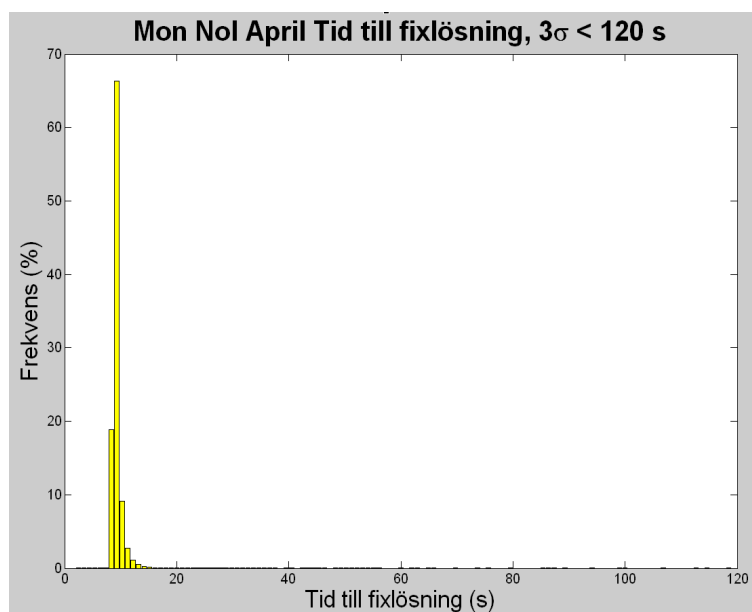
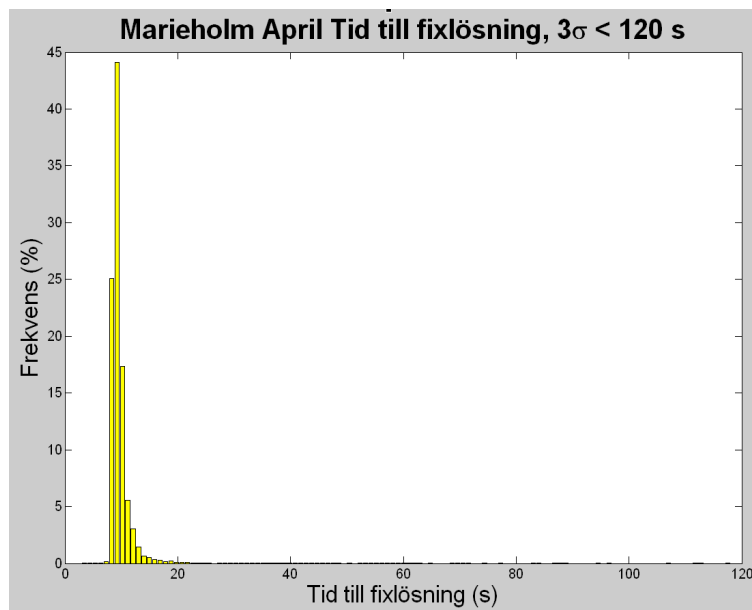
*Sundsby J, Bratheim P C, Eilefsen A, Elden H V, Harsson B G, Opseth P E, Skadberg T, Skogedal P, Solli P, Svendsen J G G, 2005:* Satellittbasert Posisjonsbestemmelse versjon 2.0. Statens kartverk, Geodesidivisjonen, Honefoss, 2005. (På Norska)

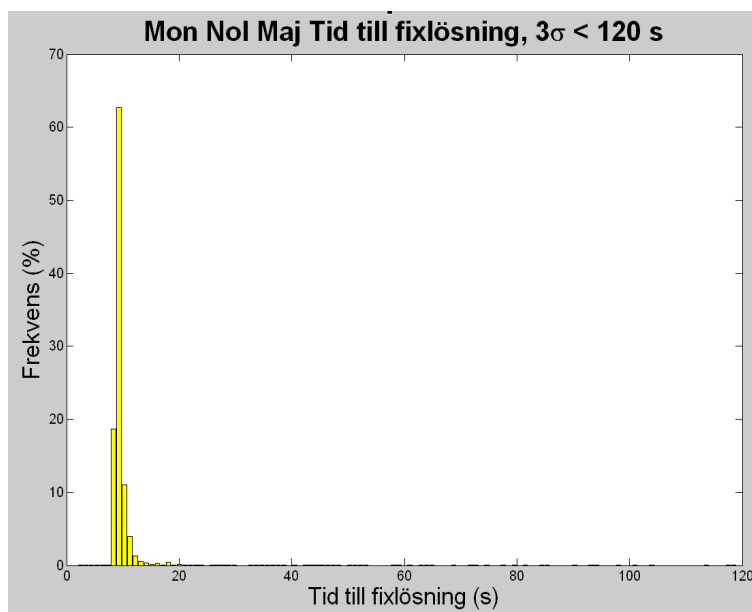
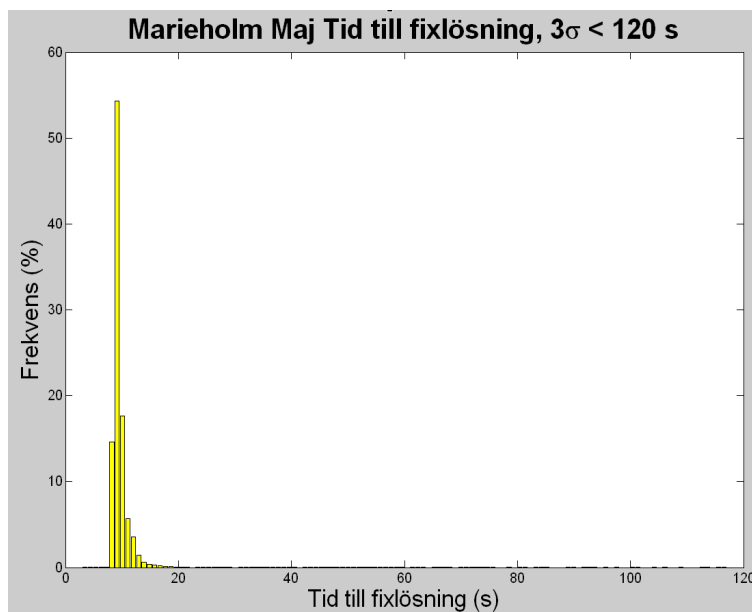
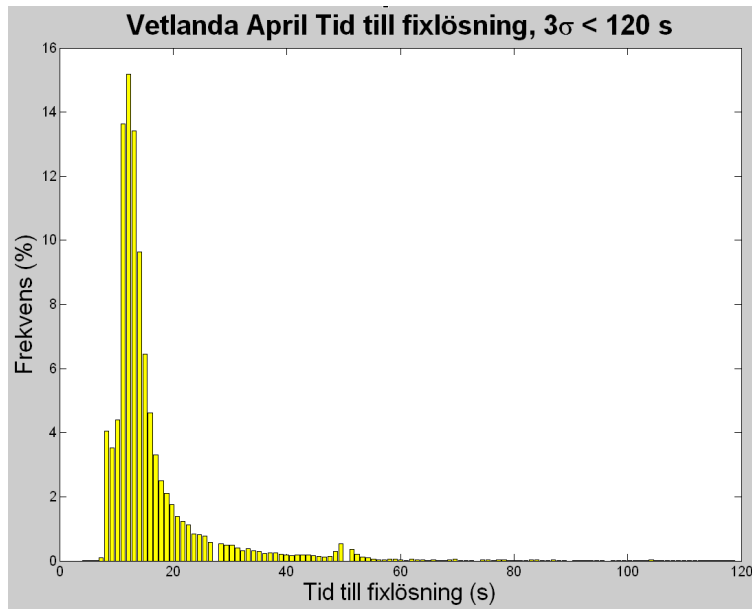
*SWEPOS, 2010:* SWEPOS hemsida, <http://www.swepos.com>, besökt 2010-02-09.

*Vännman K, 2002:* Matematisk statistik. Studentlitteratur, Luleå tekniska universitet, Luleå.

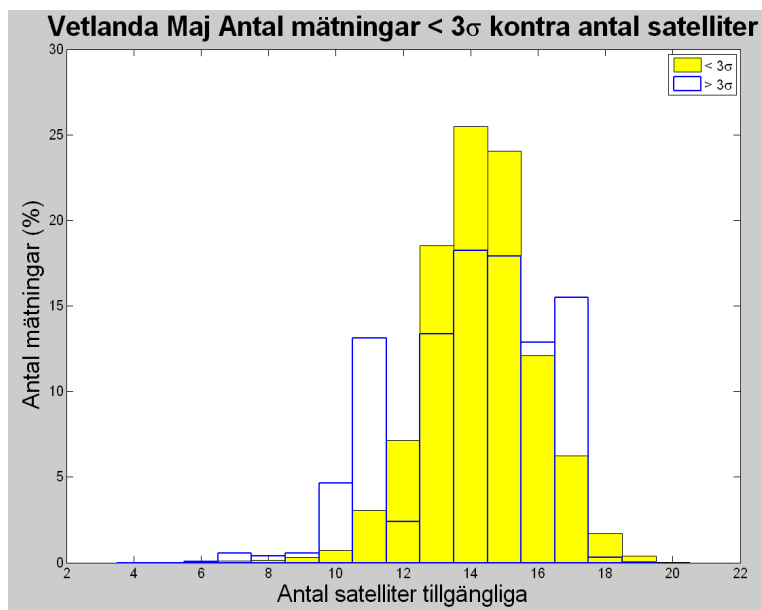
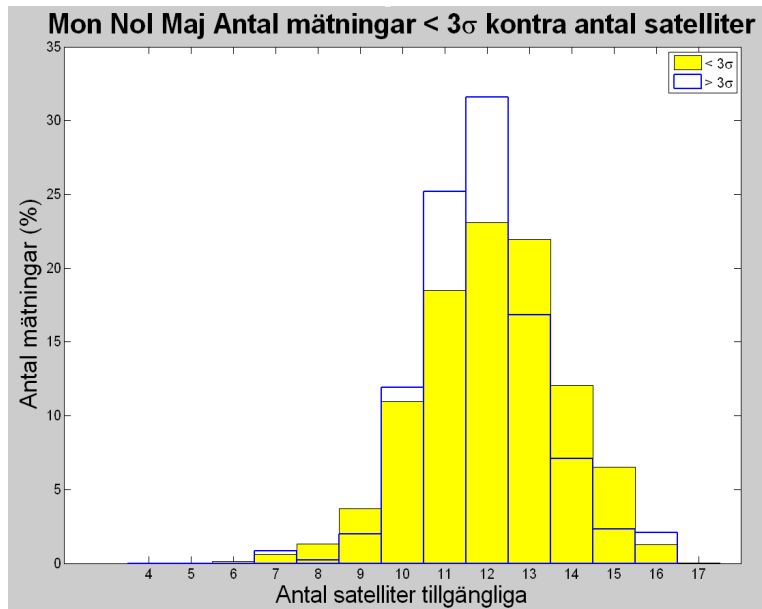
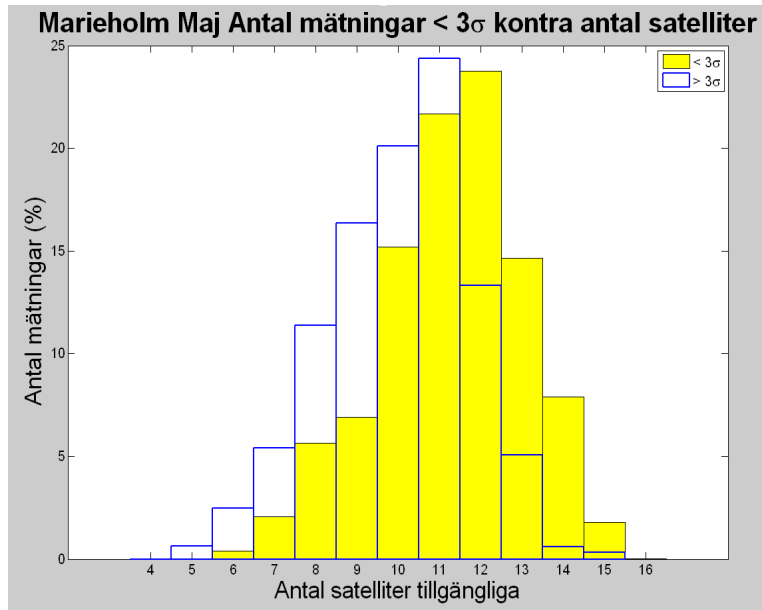
# Appendix 1 - Plottar med tid till fix och osäkerhet i plan och höjd

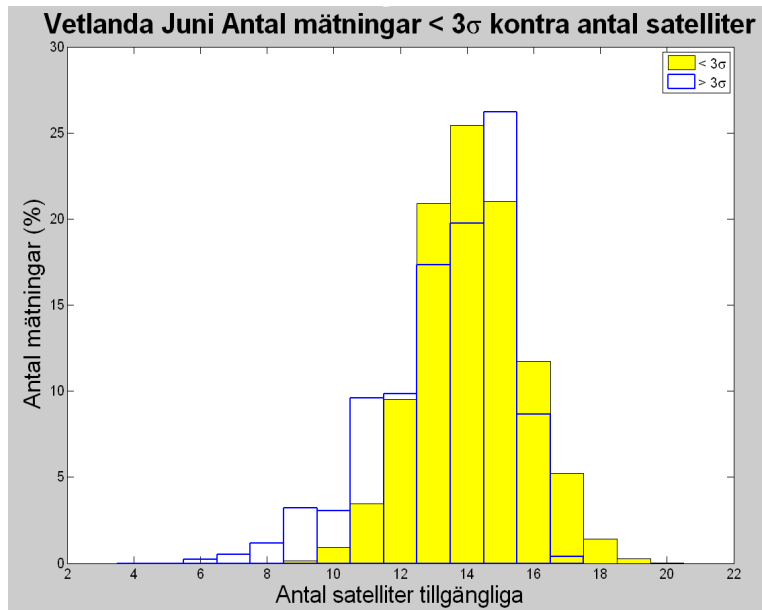
## Tid till fixlösning



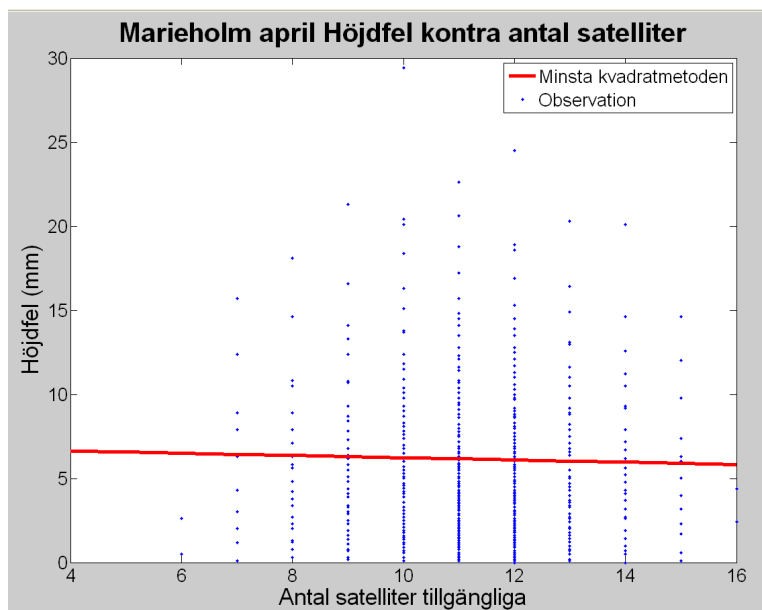
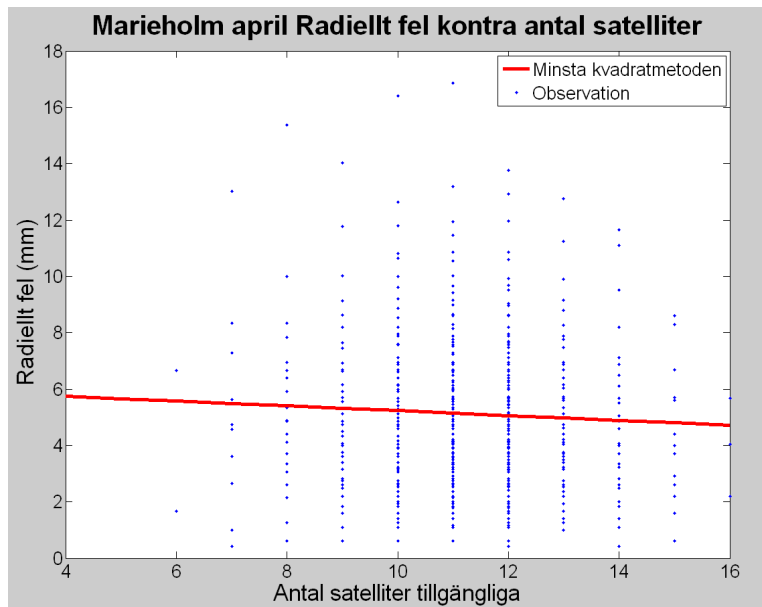


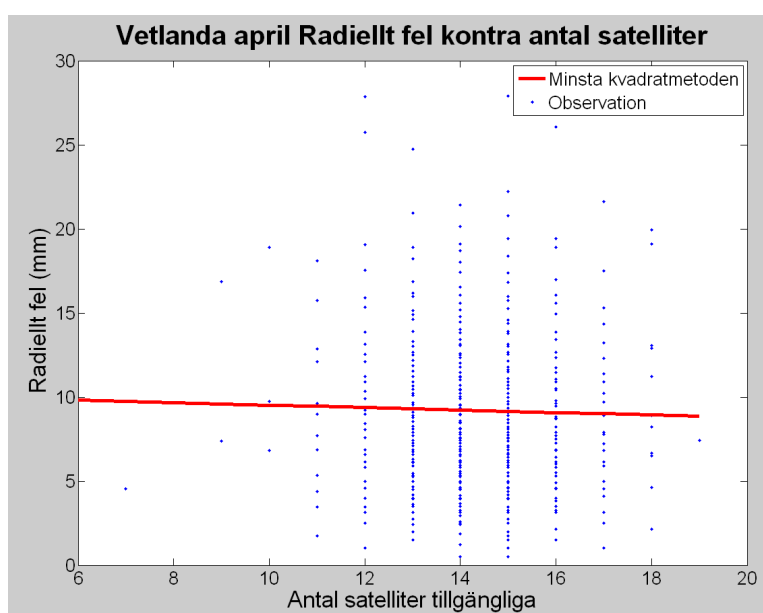
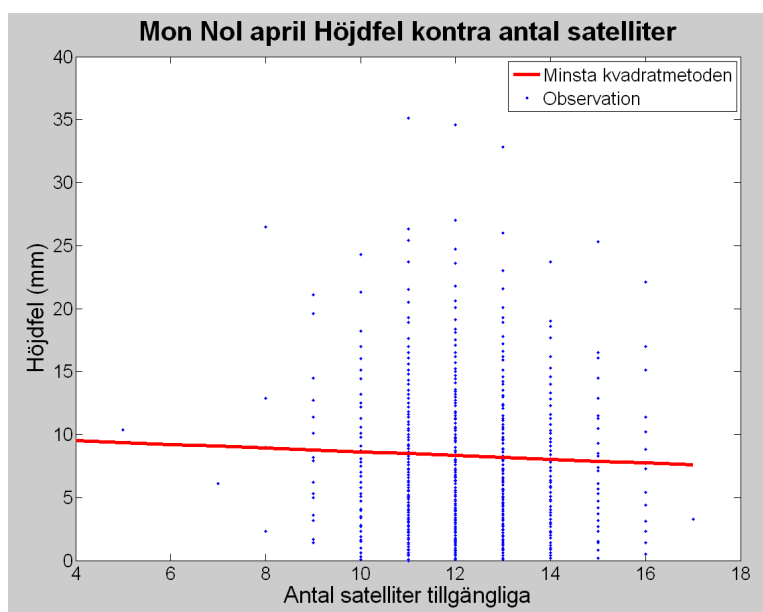
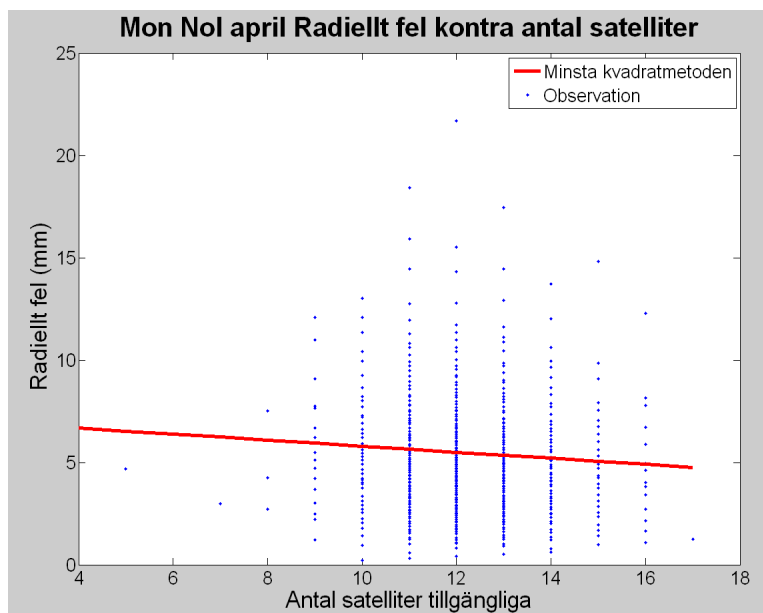
## Antal satelliter tillgängliga och förkastade värden



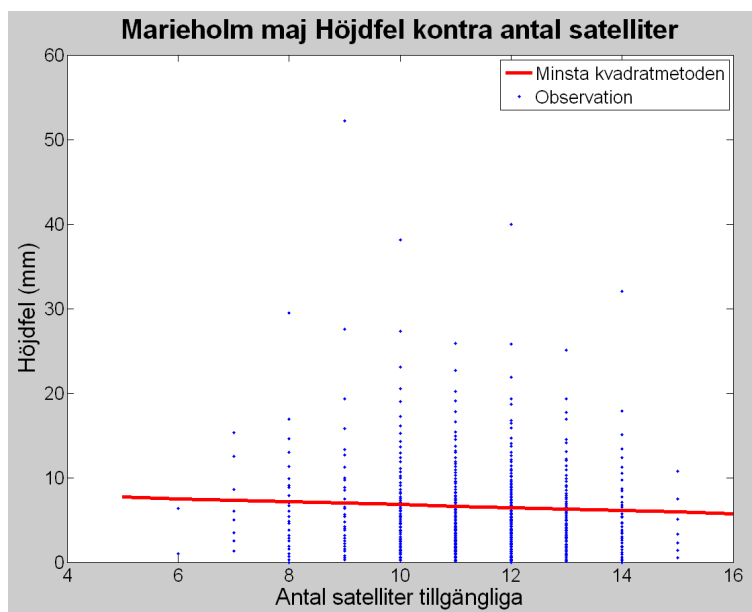
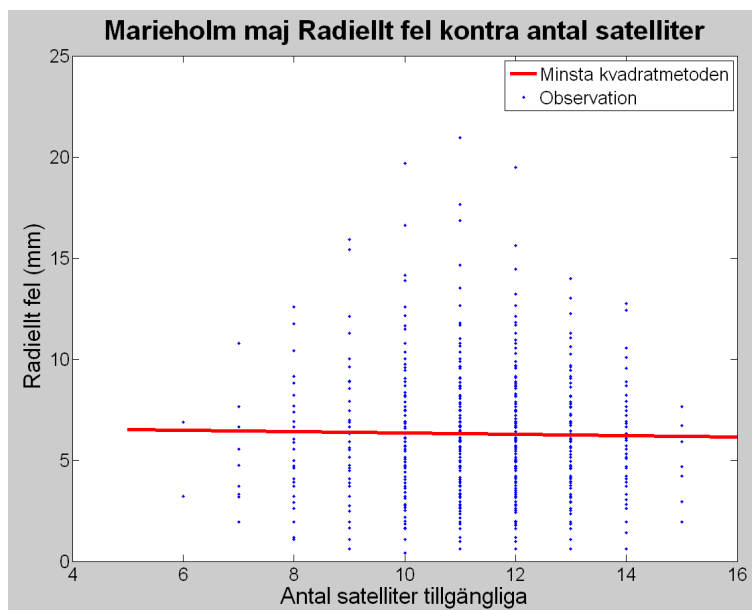
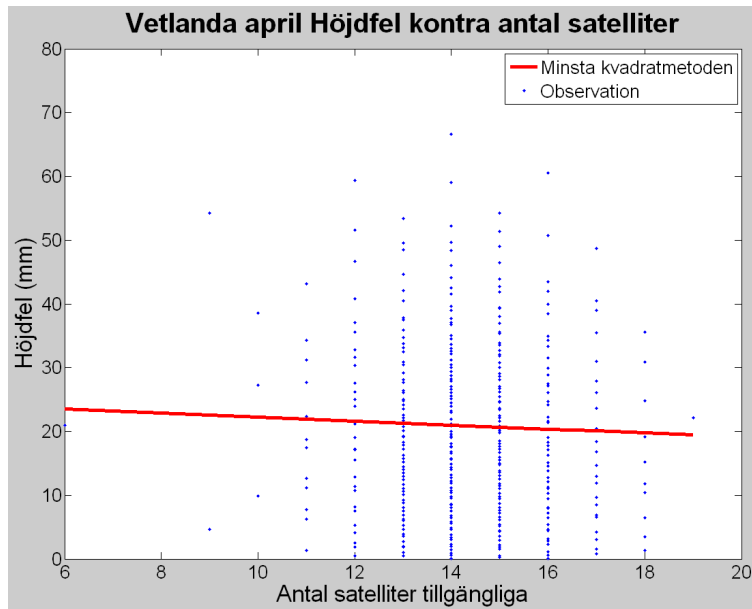


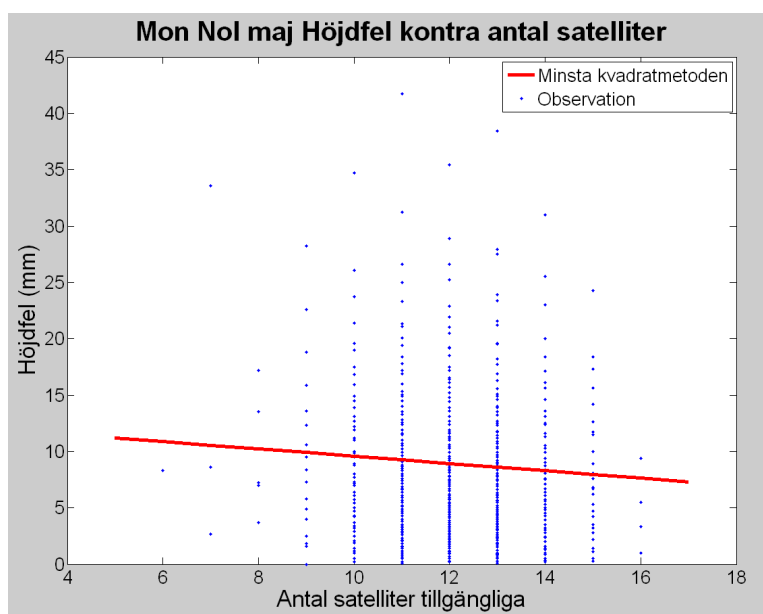
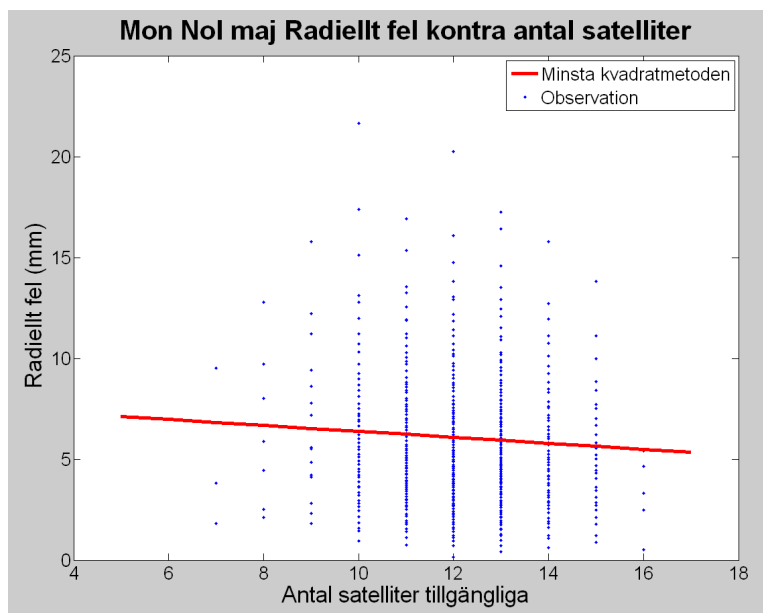
### Fel i plan och höjd kontra antal satelliter



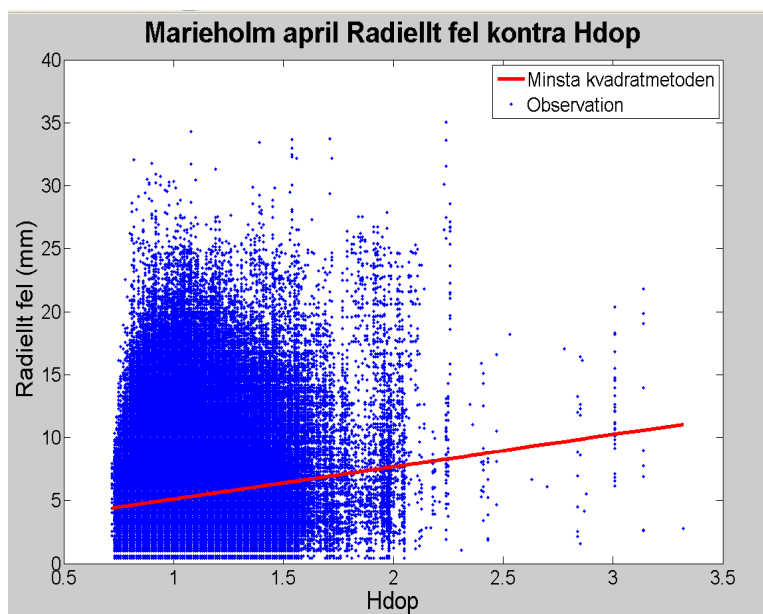


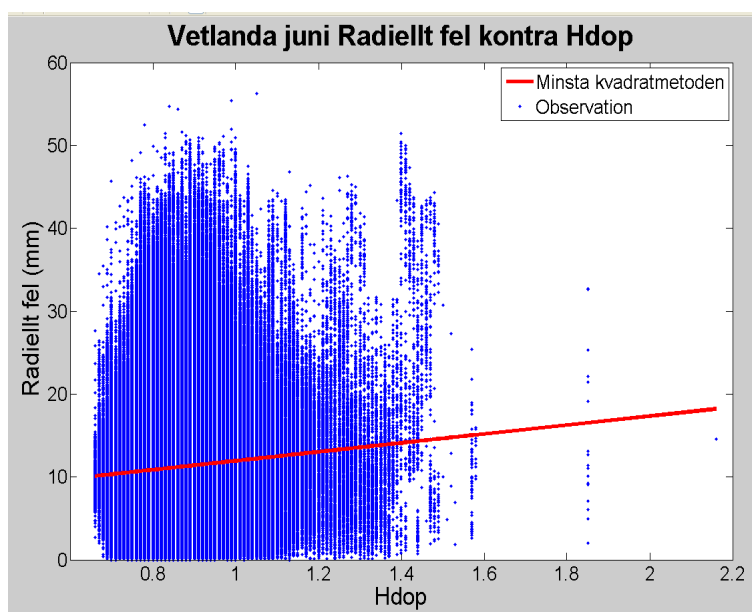
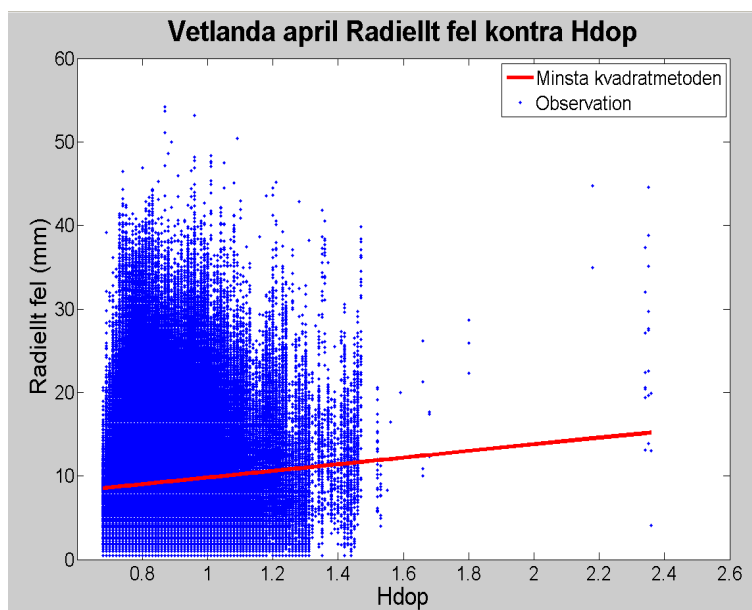
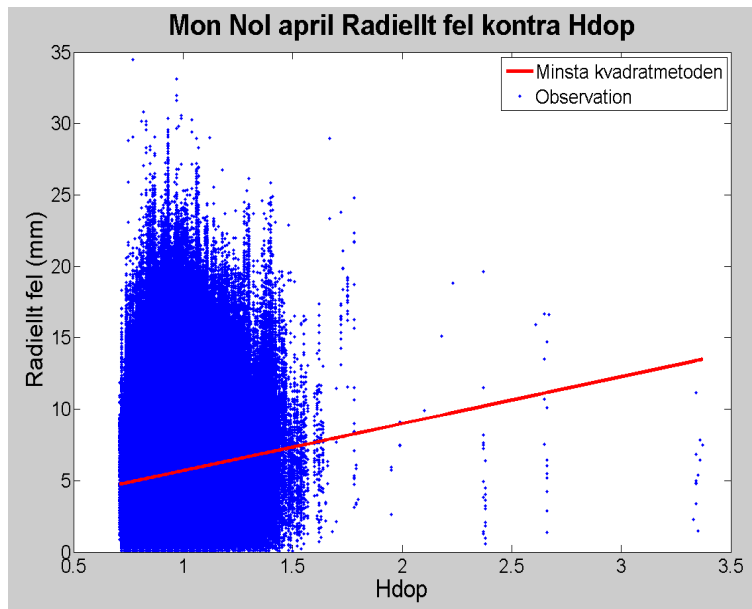






## Radiellt fel kontra HDOP







## Rapporter i geodesi och geografiska informationssystem från Lantmäteriet

- 2006:5 von Malmberg Helena: Jämförelse av Epos och nätverks-DGPS.
- 2006:8 Wennström Hans-Fredrik (ed.): Struve Geodetic Arc 2006 International Conference – the Struve arc and extensions in space and time.
- 2006:9 Shah Assad: Systematiska effekter inom den tredje riksavvägningen.
- 2007:1 Johnsson Fredrik & Wallerström Mattias: En nätverks-RTK-jämförelse mellan GPS och GPS/GLONASS.
- 2007:4 Ågren Jonas & Svensson Runar: Postglacial land uplift model and system definition for the new Swedish height system RH 2000.
- 2007:8 Halvardsson Daniel & Johansson Joakim: Jämförelse av distributionskanaler för projektanpassad nätverks-RTK.
- 2007:10 Lidberg Martin & Lilje Mikael: Evaluation of monument stability in the SWEPOS GNSS network using terrestrial geodetic methods - up to 2003.
- 2007:11 Lilje Christina, Engfeldt Andreas, Jivall Lotti: Introduktion till GNSS.
- 2007:12 Ivarsson Jesper: Test and evaluation of SWEPOS Automated Processing Service.
- 2007:14 Lilje Mikael, Eriksson Per-Ola, Olsson Per-Anders, Svensson Runar, Ågren Jonas: RH 2000 och riksavvägningen.
- 2008:4 Johansson S Daniel & Persson Sören: Kommunikationsalternativ för nätverks-RTK – virtuell referensstation kontra nätverksmeddelande.
- 2009:1 Ågren Jonas: Beskrivning av de nationella geoidmodellerna SWEN08\_RH2000 och SWEN08\_RH70.
- 2009:2 Odolinski Robert & Sunna Johan: Detaljmätning med nätverks-RTK – en noggrannhetsundersökning.
- 2009:4 Fridén Anders & Persson Ann-Katrin: Realtidsuppdaterad etablering av fri station – ett fälttest med radioutsänd projektanpassad nätverks-RTK.
- 2009:5 Bosrup Susanna & Illerstedt Jenny: Restfelshantering med Natural Neighbour och TRIAD vid byte av koordinatsystem i plan och höjd.
- 2010:1 Reit Bo-Gunnar: Om geodetiska transformationer.

L A N T M Ä T E R I E T



Vaktmästeriet 801 82 GÄVLE Tfn 026 - 65 29 15 Fax 026 - 68 75 94  
Internet: [www.lantmateriet.se](http://www.lantmateriet.se)