

Restfelshantering med Natural Neighbour och TRIAD vid byte av koordinatsystem i plan och höjd

Examensarbete av
Susanna Bosrup & Jenny Illerstam

Gävle 2009

L A N T M Ä T E R I E T





Copyright ©

2009-04-16

Författare Susanna Bosrup & Jenny Illerstam

Typografi och layout Rainer Hertel

Totalt antal sidor 52

LMV-Rapport 2009:5 – ISSN 280-5731

Restfelshantering med Natural Neighbour och TRIAD vid byte av koordinatsystem i plan och höjd

Interpolation of residuals with Natural Neighbour and TRIAD when changing coordinate systems with planar and height data

Examensarbete av
Susanna Bosrup & Jenny Illerstam

Gävle 2009

L A N T M Ä T E R I E T



Förord

När vi stod inför valet att genomföra det här examensarbetet kände vi att det var ett intressant ämne som tilltalade oss mycket. Det som attraherade oss mest var uppgiften att jämföra den interpolationsmetod för restfelshantering som används idag av Lantmäteriet med en annan, i detta sammanhang ännu inte utredd metod. Detta gjorde att examensarbetet kändes mycket verklighetsförankrat, vilket verkade vara en lämplig avslutning på våra studier på KTH.

Utförandet av examensarbetet har gått förvånansvärt smidigt, men då vi har behövt handledning har vi fått mycket bra hjälp. Vi vill tacka vår handledare på KTH, Milan Horemuz, och vår handledare på Lantmäteriet, Lars E Engberg. Dessutom vill vi även tacka Anders Alfredsson på Lantmäteriet som hjälpt oss i samma utsträckning som handledarna.

Stockholm, April 2009

Susanna Bosrup

Jenny Illerstam

Sammanfattning

Vid överföring av koordinater från ett koordinatsystem till ett annat används ett antal pålitliga punkter som är väl spridda i det aktuella området. Dessa punkter mäts in i det nya koordinatsystemet med en lämplig metod, för att sedan med ett inpassningsförfarande bestämma en överföringsfunktion från det befintliga till det nya systemet. Differensen mellan de överförda koordinaterna och de inmätta koordinaterna för det nya systemet kallas för restfel. Dessa restfel används för att interpolera fram korrekationer för de kartdetaljer som skall rätas upp, så att deformationerna i det nya systemet reduceras så mycket som möjligt.

I denna studie granskas vilken interpolationsmetod som bör används vid restfelshanteringen. Tidigare studier har gjorts som undersökt de flesta möjliga metoder, men Lantmäteriet är intresserade av ytterligare en; Natural Neighbour. Syftet med studien är att jämföra denna interpolationsmetod med den som används idag vid den pågående övergången till SWEREF 99 i Sveriges kommuner. Lantmäteriets programvara GTRANS används vid denna övergång, och i dess programmodul TRIAD finns interpolationsmetoden Affin inpassning implementerad i syfte att utföra restfelshanteringen.

Jämförelsen utförs i tre moment: restfelshantering i plan, deformationer av fasta geometrier och restfelshantering i höjd. I det första momentet framställdes ett program i MATLAB som utför restfelsinterpolation med Natural Neighbour. Sedan jämfördes detta med resultatet från interpolation i TRIAD. Det andra momentet är en fortsättning på ett tidigare examensarbete, där ett program utvecklades för att beräkna storleken på deformationer av fasta geometrier. I det tredje momentet utförs en jämförelse av Natural Neighbour och TRIAD vid transformation av höjddata.

Resultatet visar att Natural Neighbour och TRIAD ger likvärdiga resultat i restfelshanteringen i plan och höjd, men när det gäller deformationer av de fasta geometrierna är Natural Neighbour klart bättre. Detta resultat innebär att Lantmäteriet inte kommer att byta den interpolationsmetod som används vid övergången till SWEREF 99.

Abstract

When transforming coordinates from one coordinate system to another, a number of reliable points are used which represent the region well. These points are measured in the new coordinate system with any suitable method, in order to decide a transformation equation using an adjustment procedure. The differences between the transferred coordinates and the points measured in the new system are called residuals. These residuals are used to interpolate corrections for the details on the map that are to be corrected. This is done to reduce the deformations of the new system as much as possible.

In this thesis project, the interpolation method that should be used for handling the residuals is studied. Previous studies have been made that have explored the majority of the possible methods, but Lantmäteriet are interested in one more; Natural Neighbour. The purpose of this thesis is to compare this method with the one that is used today during the transformation to SWEREF 99 in the municipalities of Sweden. Lantmäteriet's software GTRANS and its module TRIAD is used for this transformation.

The comparison consists of three parts: interpolation of residuals in planar data, deformation of fixed geometries and interpolation of residuals in height data. In the first part, a program was created in MATLAB, which performs the interpolation of the residuals with Natural Neighbour. Then this result was compared with interpolation of the residuals in TRIAD. The second part is a continuation of an earlier thesis project, where a program was developed to calculate the size of deformations of fixed geometries. In the third part a comparison between Natural Neighbour and TRIAD regarding the transformation of height data is performed.

The result of the thesis project shows that Natural Neighbour and TRIAD give equivalent results when interpolating residuals with planar data and height data. The difference between the two methods is shown when looking at the deformations of fixed geometries, where Natural Neighbour is the superior method. The outcome of the thesis is that Lantmäteriet will not change their current method of interpolation residuals during the transformation to SWEREF 99.

Innehållsförteckning

Förord	5
Sammanfattning	7
Abstract	8
1 Inledning	11
1.1 Bakgrund	11
1.1.1 Upprätning av plana koordinatsystem	11
1.1.2 Deformationer av fasta geometrier	12
1.1.3 Upprätning av höjdsystem	12
1.2 Litteraturgenomgång	13
1.3 Problem	13
1.4 Syfte	14
1.5 Data	14
2 Teori	17
2.1 Delaunay-triangulering	17
2.2 Natural Neighbour	18
2.2.1 Formler	19
2.3 Interpolation i TRIAD	20
2.3.1 Formler	21
3 Restfelshantering i plan	22
3.1 Metod	22
3.1.1 Problem	23
3.2 Resultat	23
3.2.1 Programmet	24
3.3 Analys	25
4 Deformationer av fasta geometrier	26
4.1 Metod	26
4.1.1 Jämförelse mellan Natural Neighbour och TRIAD	27
4.1.2 Studie av problemområden	27
4.2 Resultat	28
4.2.1 Jämförelse mellan interpolation med Natural Neighbour och i TRIAD	28
4.2.2 Studie av problemområden	30
4.2.3 Programmet	31

4.3 Analys	32
4.3.1 Analys av problemområden	33
5 Restfelshantering i höjd	36
5.1 Metod	36
5.2 Resultat	37
5.3 Analys	38
6 Diskussion	39
7 Slutsatser	41
Referenser	43
Bilagor	44
Bilaga 1. Beskrivning av beräkning av RMS-värde	44
Bilaga 2. K-fil	46
Bilaga 3. NaturalNeighbour.m	47

1 Inledning

1.1 Bakgrund

I Sverige pågår idag ett successivt byte av koordinatsystem till SWEREF 99 i alla kommuner. Innan bytet var de rikstäckande kartverken och databaserna med geografisk information insamlade och redovisade i det nationella referenssystemet RT90. Varje kommuns geografiska information var däremot insamlad och redovisad i en blandning av lokala referenssystem, äldre nationella system och i några fall RT90. När det idag blir alltmer vanligt med global teknik, såsom GPS, och samarbeten mellan nationer blir det också mer och mer viktigt att kunna ha en god överensstämmelse mellan varje nations system. Även på lokal nivå i landet, mellan kommuner, medför ett införande av ett enhetligt system många fördelar då samarbeten mellan kommuner är vanligt förekommande.

1.1.1 Upprätning av plana koordinatsystem

Vid överföring av koordinater från ett koordinatsystem till ett annat används ett antal pålitliga punkter som väl representerar det aktuella området. Dessa punkter mäts in i det nya koordinatsystemet med en lämplig metod, för att sedan med ett inpassningsförfarande bestämma en överföringsfunktion (transformation) från det befintliga till det nya systemet. Differensen mellan de överförda koordinaterna och de inmätta koordinaterna för det nya systemet kallas för restfel. Dessa representerar det befintliga systemets deformation i den punkten relativt det nya systemet. Restfelen används för att interpolera fram korrektioner för de kartdetaljer som skall rätas upp, och det är detta sista steg som kallas restfelsinterpolation. Interpolationen utförs för att deformationerna i det nya systemet ska reduceras så mycket som möjligt.

Idag arbetar Lantmäteriet med den pågående omvandlingen av den geografiska informationen i Sveriges kommuner till det gemensamma nationella systemet SWEREF 99, vilket är den svenska realiseringen av det europeiska systemet ETRS 89. SWEREF 99 är ett globalt tredimensionellt referenssystem som är definierat av de 21 fundamentalpunkterna i det nationella nätet av fasta referensstationer för GPS.

För att göra denna övergång från de gamla systemen till SWEREF 99 i Sveriges kommuner används Lantmäteriets programvara GTRANS. Där görs först en inpassning med vald transformationsmetod för att beräkna transformationsparametrarna och bestämma passpunkternas¹ restfel. I programmodulen TRIAD görs sedan en

¹ Passpunkter är punkter som har kända koordinater i både från- och tillsystemet. De används till att bestämma transformationsparametrarna.

Delaunay-triangulering², baserad på passpunkterna. Restfelen för varje punkt som ska transformeras till det nya systemet interpoleras fram med hjälp av restfelen för den omgärdande triangeln's tre passpunkter.

1.1.2 Deformationer av fasta geometrier

När bytet av referenssystem sker måste man lösa vissa frågor för att inte orsaka en försämrad kvalité av ursprungsdata. Vid ständig uppdatering och förtätning av ett lokalt system skapas deformationer i punkterna. De punkter som tillsammans utgör till exempel ett hus kommer däremot inte att behäftas med dessa deformationer. Dessa typer av objekt kan kallas för fasta geometrier. Vid upprätning av systemet minimeras deformationerna på enskilda punkter medan de konstruerade fasta geometrierna istället blir behäftade med deformationer som sedan överförs vid en transformation.

För att undersöka vilken effekt ett byte av referenssystem har på fasta geometrier genomfördes en studie på Lantmäteriet (Andersson 2004). Studien visade att deformationerna på de fasta geometrierna är beroende av hur stora deformationer det gamla nätet har och även i viss mån av vilken transformationsmetod som används.

1.1.3 Upprätning av höjdsystem

Förutom användningen av olika lokala referenssystem i landet har dessa system även varit uppdelade i plan och höjd. Detta eftersom olika mätmetoder har använts, längd- och vinkelmätning i plan och avvägning i höjd. När nya tekniker så som GPS har utvecklats och idag används i stor utsträckning innebär det att en ny mätmetod introducerats där punkterna bestäms i tre dimensioner, dvs. både i plan och höjd samtidigt. Denna teknik har medburit många nya möjligheter att utföra positionsbestämning mer noggrant och över längre avstånd. Det ställer dock högre krav på ett gemensamt referenssystem i plan och höjd på grund av de tredimensionella mätningarna.

I en tidigare studie (Valdimarsson 2004) har ett antal interpolationsmetoder för restfelshantering av höjddata undersökts på nationell och lokal nivå. Metoderna som utreddes är kriging-interpolation, bilinjär interpolation och interpolation i Delaunay-triangelar.

Höjdtransformation har tills idag inte använts så mycket, men om behovet av restfelsinterpolation av höjddata uppstod skulle TRIAD sannolikt vara den valda metoden att arbeta med.

² Se avsnitt 2.1 Delaunay-triangulering.

1.2 Litteraturgenomgång

Inför utförandet av denna studie genomfördes en litteraturgenomgång för att klargöra vad som hade gjorts inom området och för att anknyta denna studie till de som redan gjorts. Tidigare har det genomförts ett antal examensarbeten som behandlar olika aspekter av metoder och problem vid byte av koordinatsystem i plan och höjd. På uppdrag av Lantmäteriet finns fyra utförda studier (Svanholm 2000, Alfredsson 2002, Andersson 2004, Valdimarsson 2004), och ytterligare en studie utförd på KTH (Löfqvist 2008). Dock har inga tidigare studier eller undersökningar hittats som behandlar interpolationsmetoden Natural Neighbour i dessa sammanhang.

1.3 Problem

De flesta relevanta interpolationsmetoder för upprätning av koordinatsystem har redan analyserats i tidigare studier. Men det fanns önskemål från Lantmäteriets sida att även utreda interpolationsmetoden Natural Neighbour då de ville undersöka ifall den möjligtvis kunde vara bättre än den metod som är implementerad i programmodulen TRIAD. Dessutom fanns en önskan att utveckla studien av deformationer av fasta geometrier (Andersson 2004), eftersom den metod som användes för den grafiska redovisningen inte var av tillräckligt bra kvalitet. Då finns det också möjlighet att samtidigt undersöka vilken effekt Natural Neighbour-interpolation har i detta sammanhang.

För att sedan fullborda undersökningen av denna interpolationsmetod studeras även hur bra den hanterar upprätning av höjddata. Efter att frågeställningarna formulerats föll det sig naturligt att denna studie skulle delas in i tre moment:

1. Jämförelse mellan Natural Neighbour-interpolation och interpolation i TRIAD i samband med upprätning av koordinatsystem.
2. Utveckling och uppdatering av det program som skapades i studien av fasta geometrier (Andersson 2004). Utveckling av detta program ger också tillfälle att undersöka hur fasta geometrier deformerar vid upprätning med Natural Neighbour i jämförelse med upprätning i TRIAD.
3. Utredning av hur bra interpolationsmetoden Natural Neighbour är på restfelsinterpolation vid en höjdtransformation jämfört med restfelsinterpolation i TRIAD.

1.4 Syfte

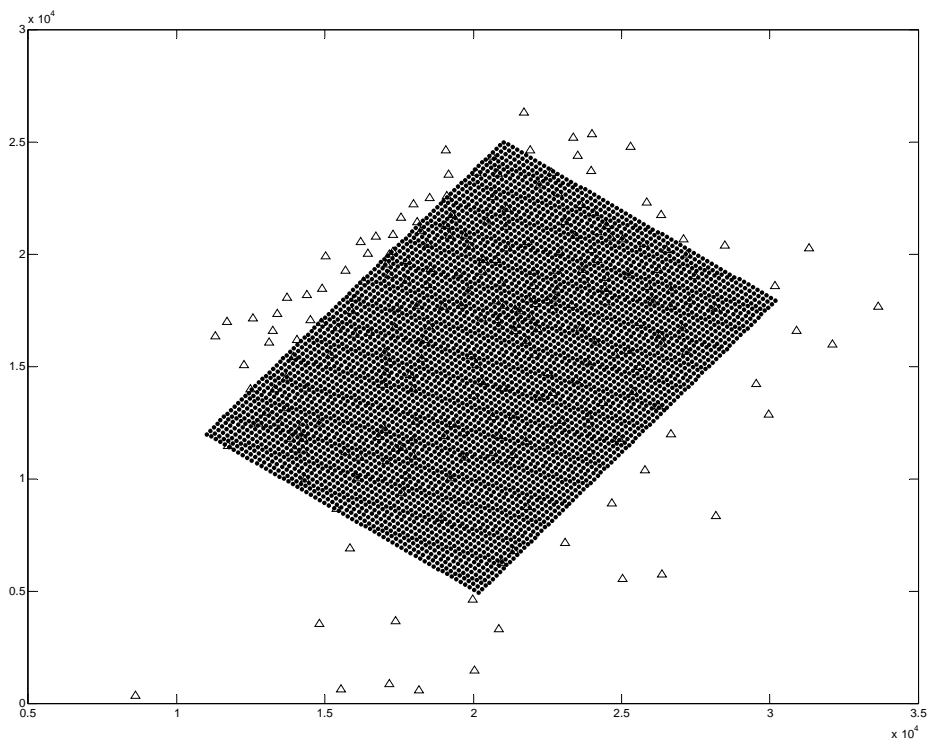
Syftet med denna studie är att undersöka ytterligare en interpolationsmetod samt att knyta ihop de tidigare studierna. Då bytet av referenssystem redan är påbörjat i många kommuner kommer resultatet från undersökningen av Natural Neighbour sannolikt inte innebära några ändringar på den befintliga metoden i Lantmäteriets programvara GTRANS. De är intresserade av denna studie i ett informationsmässigt syfte, men om det skulle visa sig att Natural Neighbour ger ett markant bättre resultat kommer Lantmäteriet att överväga huruvida det är fördelaktigt att byta metod.

1.5 Data

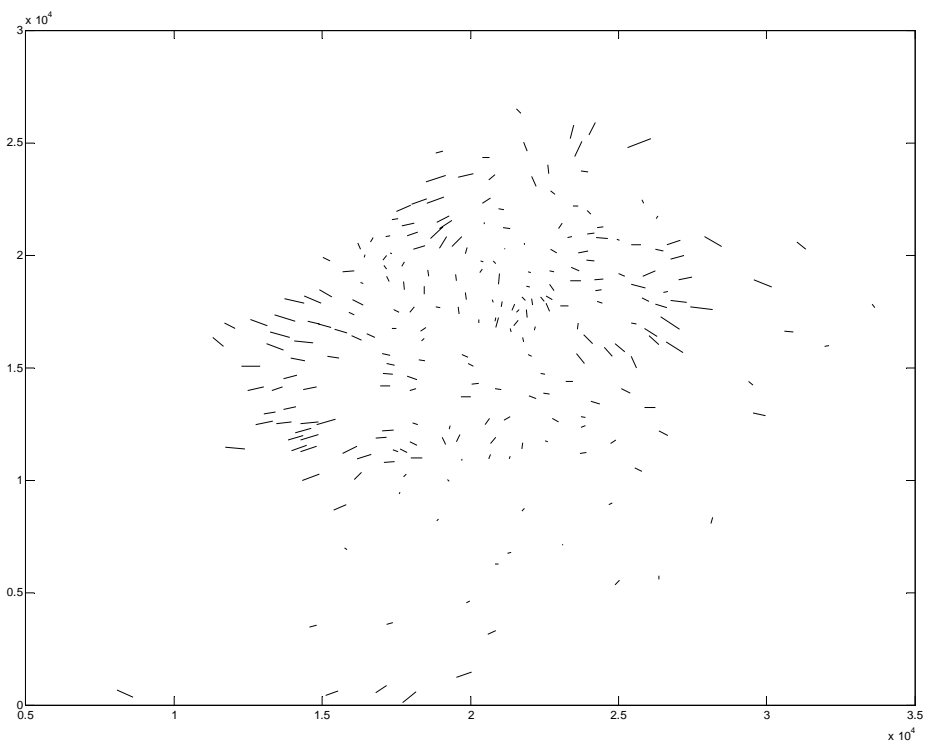
För att lätt kunna jämföra olika metoder för restfelsinterpolation har ett, av Lantmäteriet, konstruerat dataset använts. Datasetet innehåller passpunkter och testpunkter i ett frånsystem samt passpunkter och testpunkter i ett tillsystem. Passpunkterna i från- och till-systemen är verkliga punkter, medan alla testpunkter är fiktiva. Testpunkterna är skapade i ett rutnät i frånsystemet, och sedan är längd och riktning till de två närmaste passpunkterna mätta. Testpunkterna placeras i tillsystemet med hjälp av längd- och vinkelmätningarna för att erhålla dess koordinater i detta system.

Differensen mellan de två uppsättningarna av passpunkter är dess restfel, vilka används vid interpolation av testpunkterna i frånsystemet för att komma så nära testpunkterna i tillsystemet som möjligt. Testpunkterna i tillsystemet är alltså de sanna värden som man vill uppnå genom interpolation av testpunkterna i frånsystemet. Det innebär att man kan jämföra olika interpolationsmetoder genom att se hur nära tillsystemets testpunkter deras resultat hamnar.

I Figur 1 är det konstruerade datasetets punkter utritade. Passpunkterna är markerade med trianglar och testpunkterna är markerade med punkter. Figur 2 visar passpunkternas restfel visualiserade som linjer i den riktning restfelet pekar. Skillnaden mellan längden på linjerna motsvarar den relativa storleken mellan varje punkts restfel. Restfelens storlek ligger mellan 0 och 15,90 cm. I figuren är de dock mycket förstörade för att vara synliga.

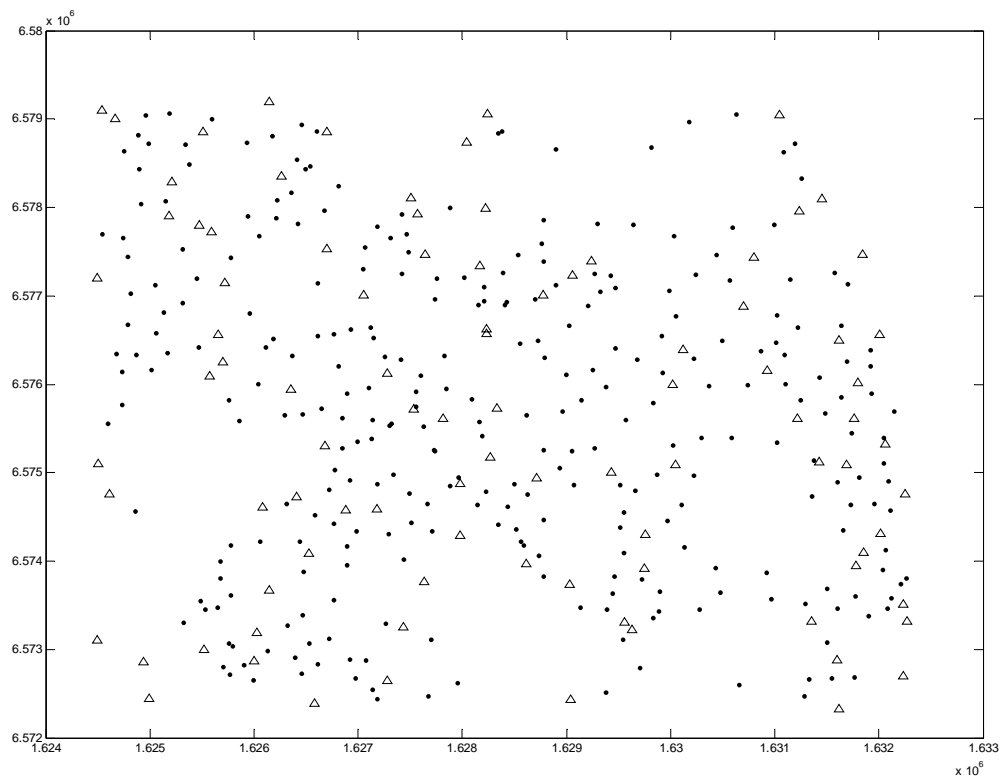


Figur 1. Lantmäteriets konstruerade testdataset.



Figur 2. Restfelens storlek och riktning.

Till den tredje delen av studien används ett dataset om ca 7×7 km med höjdpunkter tagna från Stockholms stads höjdnät. Punkterna har koordinater i RT90 och höjder i både ett lokalt höjdsystem och RH2000. I datasetet finns inga passpunkter definierade så för att det ska kunna användas i studien väljs ett antal lämpliga punkter ut och används som passpunkter. Figur 3 visar datasetet med passpunkterna markerade med trianglar och de övriga punkterna markerade med punkter.



Figur 3. Höjdpunkter från Stockholms stads höjdnät.

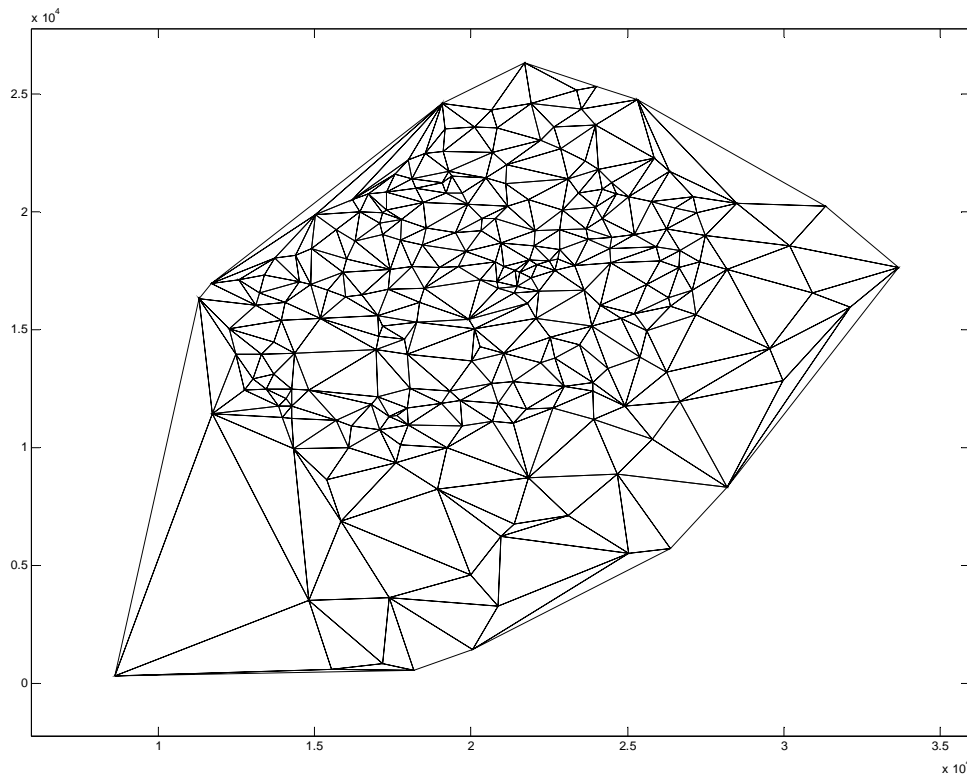
2 Teori

Detta avsnitt innehåller en beskrivning av de två olika interpolationsmetoderna som används i studien. Gemensamt för dessa metoder är att de använder en Delaunay-triangulering av passpunkterna som grund, men sedan utförs skilda beräkningar för att interpolera fram varje punkts restfel. Det första avsnittet beskriver därför Delaunay-trianguleringens egenskaper. Därefter följer en beskrivning av Natural Neighbour-interpolation och interpolation i programmodulen TRIAD.

2.1 Delaunay-triangulering³

En Delaunay-triangulering har följande egenskaper:

- Alla trianglarna är så liksidiga som möjligt.
- Den cirkel som kan bildas av de tre punkter som utgör en triangel får inte innehålla någon av de andra punkterna i datasetet.
- Varje Delaunay-triangulering är unik.
- Trianguleringens yttre kanter utgör datasetets konvexa hölje.



Figur 4. Delaunay-triangulering av Lantmäteriets testdataset.

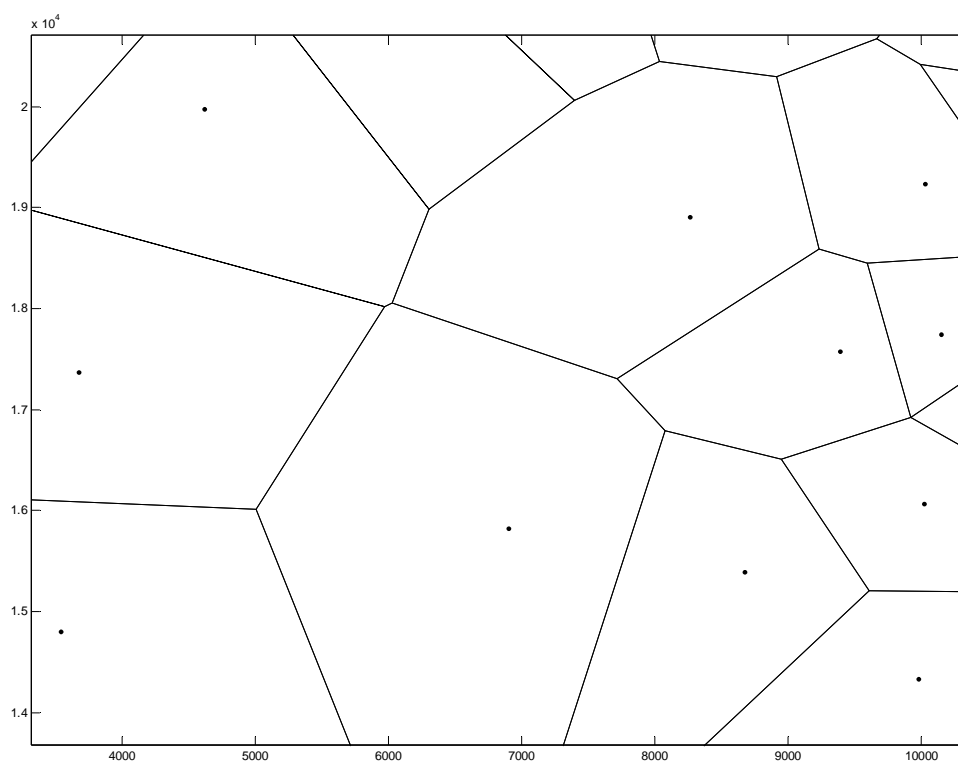
³ Harrie (2007)

2.2 Natural Neighbour⁴

Natural Neighbour är en interpolationsmetod för spatial interpolation⁵. Centralt för denna metod är att den skapar vikter för punkterna baserat på storleken av passpunkternas bidragande areor. Dessa areor bestäms med hjälp av Voronoi-diagram.

Det första steget i en Natural Neighbour-interpolation är att göra en Delaunay-triangulering av passpunkterna. Delaunay-trianguleringen används till att skapa ett Voronoi-diagram (se Figur 5). Detta innebär att en polygon skapas kring varje passpunkt. För varje punkt man kan hitta i den polygonen är avståndet kortare till den passpunkt som polygonen tillhör än till någon annan passpunkt i datasetet.

Figur 5 visar hur en del av ett diagram med Voronoi-polygoner kan se ut. Varje polygons passpunkt är markerad med en svart prick.



Figur 5. Närbild på polygoner och passpunkter i ett Voronoidiagram.

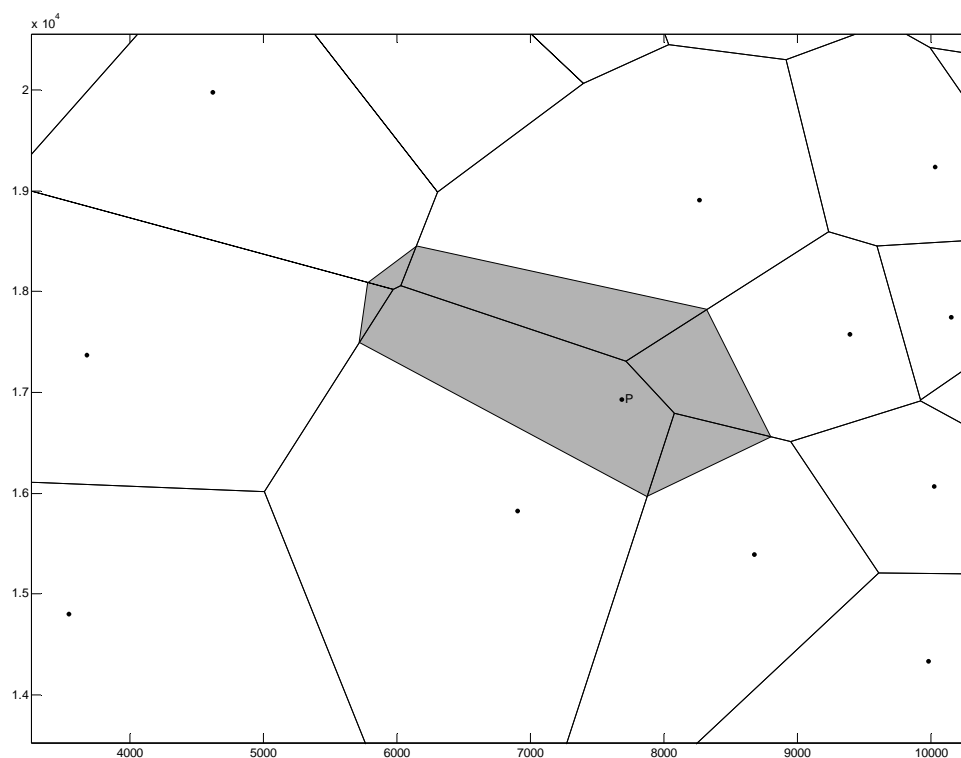
Steg två är att gå igenom punkterna som ska transformeras och för varje sådan punkt (P) temporärt lägga till den till passpunkterna och skapa nya Voronoi-polygoner. Den polygon som då tillhör punkten P (markerad med grått i Figur 6) består av lånade areor från polygoner i det första Voronoi-diagrammet. Storleken på en lånad area i förhållande till punktens hela polygonarea ger en vikt för den passpunkt som tillhör polygonen som arean är lånad av. Summan av

⁴ de Smith, Goodchild, Longley (2008).

⁵ Interpolation med data som har ett lägesförhållande till varandra.

varje relevant passpunkts vikt multiplicerat med dess restfelsvärde ger oss det interpolerade restfelet för punkten P.

Figur 6 visar den första uppsättningen av Voronoi-polygoner med deras passpunkter markerade som en svart prick i varje polygon. Den andra uppsättningen av Voronoi-polygoner (när punkt P är adderad till passpunkterna) är lagd under den första uppsättningen. I den andra uppsättningen är punkt P:s polygon ifylld med grått och resten av polygonerna är identiska med polygonerna i den första uppsättningen, så den enda skillnaden mellan de två uppsättningarna är det område runt punkt P som visas i Figur 6. Eftersom den första uppsättningen polygoner är lagda ovanpå den andra kan vi även se de lånade areorna som tillsammans bildar polygonen för punkt P.



Figur 6. Polygonen för testpunkt P markerad i grått.

2.2.1 Formler

För att komplettera teorin för interpolationsmetoden Natural Neighbour följer de formler som utför de steg beskrivna i ovanstående avsnitt.

Arean (A_p) för den polygon som tillhör punkt P beräknas genom att summera de k stycken lånade areorna (A_{ip}):

$$A_p = \sum_{i=1}^k A_{ip}$$

Proportionen mellan den i :te lånade arean och punkten P:s hela polygonarea ger vikten λ för den i :te lånade areans passpunkt:

$$\lambda_i = \frac{A_{ip}}{\sum_{i=1}^k A_{ip}}$$

Restfelsvärdet (z_p) för punkt P beräknas genom att summera varje vikt (λ_i) multiplicerat med dess passpunkts restfelsvärde (z_i):

$$z_p = \sum_{i=1}^k \lambda_i z_i$$

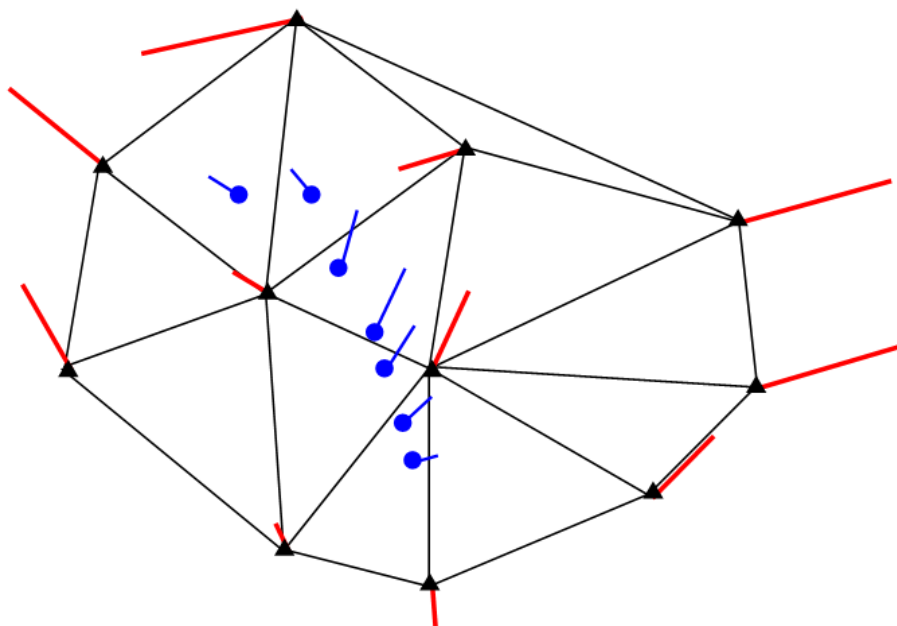
2.3 Interpolation i TRIAD

Här följer en beskrivning av transformation och restfelsinterpolation i GTRANS och dess programmodul TRIAD. Programmet är utvecklat av Lantmäteriet och används till att transformera data mellan olika koordinatsystem. Till denna studie användes version 3.62 av GTRANS.

För att kunna genomföra restfelsinterpolation görs först en inpassning i modulen GPASS. Indata är två k-filer⁶ där den ena innehåller passpunkter i från-systemet och den andra innehåller passpunkter i till-systemet. Man kan välja på att antingen göra en helmert-transformation eller koordinatdifferenser (kdiff). Kdiff innebär att interpolationen sker direkt på koordinatdifferenserna mellan från- och tillsystemet, då det annars är restfelen efter inpassning som interpoleras. Med det testdataset som används i den här studien görs en kdiff, eftersom skillnaden mellan passpunkterna i från- och tillsystemet är dess restfel.

I modulen TRIAD skapar man sedan en Delaunay-triangulering för restfelsinterpolation baserad på passpunkterna och dess restfel (i detta fall koordinatdifferenserna).

⁶ Se Bilaga 2



Figur 7. Restfelsmodell skapad i TRIAD.⁷

När detta förarbete är färdigt utförs själva transformationen och interpolationen av punkterna. Interpolationen är en affin inpassning inom varje Delaunay-triangel så att varje punkt som ska transformeras får ett restfel baserat på de tre passpunkterna i dess triangel (Figur 7).

2.3.1 Formler⁸

Inpassning med affin transformation omfattar sex transformationsparametrar:

- Translation i x- och y-led (X_0, Y_0)
- Vridning (α)
- Parameter för bristande rätvinklighet (β)
- Skala i x- och y-led (m_1, m_2)

Formlerna som används är följande:

$$\begin{cases} X = X_0 + a \cdot x + b \cdot y \\ Y = Y_0 + c \cdot x + d \cdot y \end{cases} \quad \text{där} \quad \begin{matrix} a = m_x \cdot \cos \alpha & b = -m_y \sin(\alpha + \beta) \\ c = m_x \cdot \sin \alpha & d = m_y \sin(\alpha + \beta) \end{matrix}$$

⁷ Bild tagen från Infoblad n:o 6, se Litteraturlista.

⁸ Alfredsson (2002)

3 Restfelshantering i plan

Den första och viktigaste delen av denna studie behandlar en granskning av interpolationsmetoden Natural Neighbour och hur användbar den är i restfelshanteringen vid transformation mellan två referenssystem i plan. En jämförelse görs sedan mellan restfelsinterpolation med Natural Neighbour och den metod som idag används i TRIAD.

3.1 Metod

För att utföra Natural Neighbour-interpolation på punkterna som ska transformeras utvecklades ett program i MATLAB. Den här delen av studien var den som tog mest tid att utföra eftersom ett helt program skulle skapas. Detta program används sedan vid flera tillfällen under arbetets gång. Därför var det viktigt att det fungerade korrekt innan nästa del påbörjades.

Programmet börjar med att skapa Voronoi-polygoner omkring passpunkterna. De polygoner som ligger i ytterområdena av datasetet är inte slutna på grund av MATLABs definition av funktionen för Voronoi-polygoner. Det blev nödvändigt att programmet går igenom en funktion som stänger dessa polygoner och en sådan funktion utvecklades följaktligen. Mer kan läsas om detta i avsnitt 3.1.1.

För varje punkt går programmet sedan igenom en slinga där punkten läggs till bland passpunkterna och ytterligare ett Voronoi-diagram skapas. Den polygon som då tillhör den tillagda punkten lånar delar av polygoner från det ursprungliga Voronoi-diagrammet, det som endast innehåller passpunkter. Punktens restfel räknas fram enligt formlerna i avsnitt 2.2.1. För att få punktens slutliga koordinater adderas dess ursprungliga koordinater med dess nyligen framinterpolerade restfel. Alla koordinater och restfel är uppdelade i x- och y-värden, vilka beräknas var för sig.

När MATLAB-programmet var färdigt och kunde köras skulle även samma data köras genom GTRANS för att kunna jämföra dessa båda metoder. En inpassning görs i programmodulen GPASS med transformationsmetoden koordinatdifferenser. Indata är två k-filer, den ena med passpunkterna i från-systemet och den andra med passpunkterna i till-systemet. Sedan görs en triangulering i TRIAD och slutligen kan en k-fil med de punkter som ska transformeras köras genom inpassningen för att få de slutliga punkterna.

Jämförelsen av de två resultaten gjordes genom att för varje metod ta fram differenser som var skillnaden mellan resultatet och de sanna värdena. Sedan gjordes en statistisk analys av dessa differenser för att kunna visualisera resultatet på ett bra sätt.

3.1.1 Problem

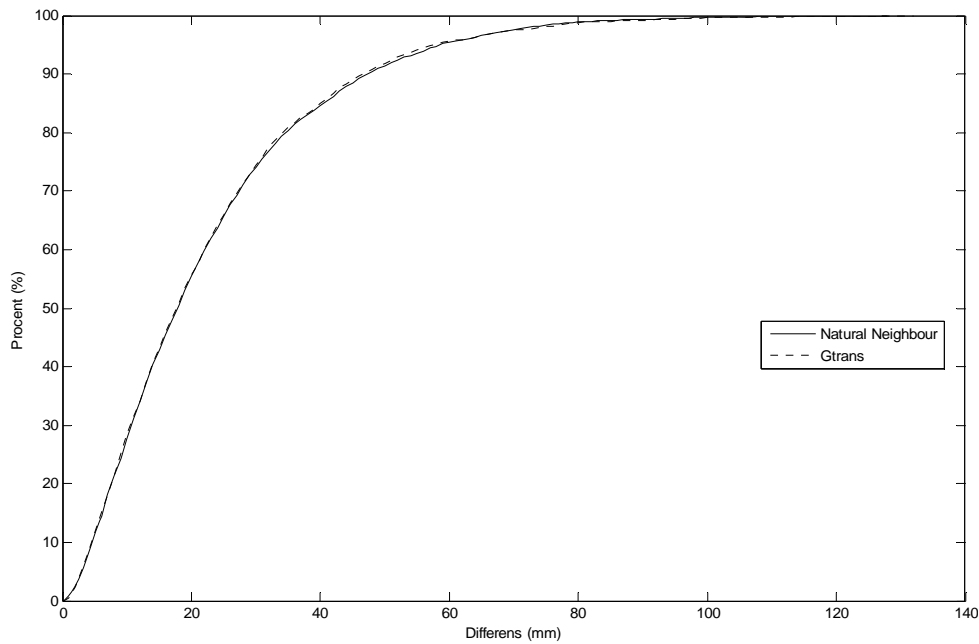
Ett problem som uppstod vid implementering av Natural Neighbour-programmet är klassiskt i dessa sammanhang. Det gäller hur man ska behandla data som ligger i ytterområden. I detta fall bestod problemet av att när man i MATLAB skapar Voronoi-diagram för passpunkterna blir polygonerna i ytterkanterna inte slutna, utan de har linjesegment som pekar mot oändligheten. Att polygonerna inte är slutna skapar problem då Natural Neighbour-interpolation baseras på areaberäkningar. Detta löstes genom att skapa en kvadratisk ram som datasetet med mycket god marginal befann sig innanför. För att sluta polygonerna i ytterkanterna söktes skärningspunkterna mellan de oändliga linjesegmenten och ramen. Dessa punkter lades sedan in som hörn i de aktuella polygonerna.

Av de polygoner som ligger i ytterområdena används i beräkningarna endast den del av respektive polygon som är belägen närmast mitten av datasetet. Den metod som har använts för att stänga polygonerna bibehåller geometrin i den ände av respektive polygonen som faktiskt används för beräkningar.

3.2 Resultat

Det testdataset som används ger ett effektivt sätt att visualisera hur nära de sanna värdena resultatet av en interpolation är. Genom att ta differensen mellan de interpolerade värdena och de sanna värdena får man differenser som kan användas till att redovisa hur pass exakta interpolationsmetoderna är. För att visualisera detta har ett histogram konstruerats. Histogrammet åskådliggör den procentuella fördelningen av differenserna för de två olika interpolationsmetoderna. Då det finns både negativa och positiva differenser har absolutbeloppet av differenserna använts eftersom endast storleken på differenserna är intressant i detta fall, inte tecknet framför.

Histogrammet visar hur stor procent av differenserna som har ett mindre värde än det som återfinns på x-axeln. Det som eftersträvas är så små differenser som möjligt, vilket innebär att resultatet är nära de korrekta värdena. En kurva som har brant lutning och når 100 procent tidigt demonstrerar alltså ett bättre resultat än en kurva med flack lutning som når 100 procent senare.



Figur 8. Histogram över den procentuella fördelningen av differenser för båda interpolationsmetoderna.

För att även redovisa resultatet i siffror har standardavvikelse, medelvärde och största differens beräknats för differenserna av varje interpolationsmetod. Dessa resultat redovisas i Tabell 1 nedan.

Tabell 1. Statistisk jämförelse av differenserna från de två interpolationsmetoderna.

Metod	Standardavvikelse [mm]	Medelvärde [mm]	Största differens [mm]
Natural Neighbour-interpolation	18,16	22,53	128,06
Restfelsinterpolation i TRIAD	18,27	22,28	132,38

3.2.1 Programmet

Som en del av resultatet i detta moment beskrivs det program som i den här studien har utvecklats för att utföra Natural Neighbour-interpolation. Programmet genomför restfelsinterpolation enligt Natural Neighbour-metoden på punkter i plan. I programmet sker ingen transformation utan det förväntar sig att enbart göra en koordinatdifferens på passpunkterna. Anledningen till detta är att det dataset som programmet är utvecklat för endast innehåller restfel i form av koordinatdifferenser mellan det gamla och nya referenssystemet.

En viss typ av indata krävs för att kunna köra programmet. Det finns även andra saker som bör tänkas på vid körning av programmet `NaturalNeighbour.m`⁹ och här följer en beskrivning:

- Indata till programmet är tre textfiler: passpunkter i frånsystemet, passpunkter i till-systemet och punkter i frånsystemet som ska transformeras. Filerna ska ha två kolumner, den första med x-koordinater och den andra med y-koordinater. Varje rad utgör koordinaterna för en punkt.
- I filen `ClosePolygons.m` som används som en funktion i huvudprogrammet finns en variabel som heter `Limit`. Variabeln används för att skapa den kvadratiske ram som nämns i avsnitt 3.1.1. Om programmet används för andra data än Lantmäteriets testdataset så bör denna variabel kontrolleras så att den med säkerhet innesluter hela datasetet.
- Resultatet, punkterna transformerade till det nya systemet, skrivs i matrisen `TransformedB`.

3.3 Analys

Resultatet av jämförelsen mellan `Natural Neighbour-interpolation` och `interpolation` i `TRIAD` är väldigt entydigt. Av histogrammet framgår det tydligt att de båda interpolationsmetoderna ger ett likvärdigt resultat då kurvorna följer varandra näst intill identiskt och når 100 % vid i stort sätt samma värde.

Tabell 1 visar att även standardavvikelse och medelvärde för de två metoderna ligger mycket nära varandra, endast 0,11 mm respektive 0,25 mm. Kolumnen för största differens visar en lite större skillnad, 4,32 mm, än standardavvikelsen och medelvärdet. Detta är inget man ska lägga någon större vikt vid då det återfinns ytterst få differenser av denna storlek, vilket också framgår av histogrammet där kurvorna vid de högre värdena på x-axeln tidigt är i närheten av 100 procent.

⁹ Se Bilaga 3 för MATLAB-fil.

4 Deformationer av fasta geometrier

Det andra momentet i denna studie behandlar deformationer av fasta geometrier i samband med ett byte av referenssystem i plan. I den tidigare studien av fasta deformationer (Andersson 2004) utvecklades ett program i MATLAB som beräknar deformationer av rutnät som med olika metoder transformerats mellan två system. I denna studie kommer detta program att modifieras och uppdateras för att förbättra både programmet och redovisningen av resultatet. Därefter görs en jämförelse mellan de deformationer som skapas med Natural Neighbour och TRIAD.

4.1 Metod

Som underlag för detta moment används det program som utvecklats i den studie som nämndes ovan. Programmet är utvecklat i MATLAB och använder ett transformerat rutnät som indata. Rutnätet symboliserar fasta geometrier i form av kvadratiska rutor där deformationen av en ruta bestäms genom att jämföra den ursprungliga kvadratiska rutans form med hur den ser ut efter att ha genomgått transformation och restfelsinterpolation. Deformationen i varje ruta beräknas och uttrycks med hjälp av ett RMS-värde. Beräkningen av RMS-värdet baseras på avvikelserna i rutans sidor och diagonaler. Resultatet visualiseras genom att rutnätet ritas upp och varje ruta färgas enligt en färgskala beroende på hur stort RMS-värdet är för deformationen i just den rutan.¹⁰ Programmet skapar även en textfil där RMS-värdet för respektive ruta skrivs ut.

Lantmäteriet ansåg att det utvecklade programmet inte var optimalt och ville se en förbättring, framförallt av visualiseringen. Programmet var från början ganska begränsat och kunde bara behandla rutnät av en specifik storlek, vilket omfattade ett område på 500 × 500 m. Rutorna i nätet kunde också bara vara av en specifik storlek (10 × 10 m). Ett rutnät av denna storlek innehåller oftast en eller två passpunkter vilket är för få för att kunna urskilja ett eventuellt mer utbrett mönster i deformationerna. Analys av ett större område är ofta att föredra.

Efter omskrivning och bearbetning av existerande kod kan nu programmet hantera alla kvadratiska rutnät med minst 2 × 2 rutor, men med tanke på beräkningstid är det inte realistiskt att använda alltför stora rutnät. Visualiseringen av deformationerna i rutnätet har också omarbetats. Istället för att rita upp rutnätet tilldelas varje RMS-värde en koordinat (dess rutas mittpunkt) så att ifyllda konturlinjer kan skapas. Färgskalan sträckte sig förut från gult till rött, men för att

¹⁰ För vidare förklaring av RMS-värdet och formler, se Bilaga 1.

lättare kunna urskilja fler nyanser i både färgbilder och svart-vita bilder ändrades den till att sträcka sig från vitt, via gult, till en mörk rödbrun färg.

4.1.1 Jämförelse mellan Natural Neighbour och TRIAD

Det omarbetade RMS-programmet används för att undersöka hur Natural Neighbour-interpolation och interpolation i TRIAD påverkar fasta geometrier. Fyra lika stora kvadratiska rutnät skapades, vilka är placerade inom området för det testdataset som används för denna studie. En uppsättning av de fyra rutnäten genomgår restfelsinterpolation i TRIAD, en annan likadan uppsättning körs genom programmet som utför Natural Neighbour-interpolation. Rutnätnens deformationer beräknades sedan i det modifierade RMS-programmet.

Första gången detta gjordes påvisades inga deformationer av de fasta geometrierna, varken för Natural Neighbour-interpolation eller för interpolation i TRIAD. Misstanke uppstod om att restfelen i testdatasetet var för små för att orsaka deformationer. Restfelen behövde följaktligen vara större för att skapa synliga deformationer vilket inte är något problem eftersom denna studie undersöker skillnaderna mellan de två interpolationsmetoderna och restfelens storlek är oväsentlig så länge förändringarna är samma för båda metodernas indata. Passpunkternas restfel multiplicerades med 10 och rutnäten interpolerades igen. Vid bearbetning i RMS-programmet påvisades då deformationer både för Natural Neighbour och för TRIAD.

Storleken på de fyra rutnäten som används är 3×3 km och de innehåller rutor som är 30×30 m stora. Rutnäten är placerade bredvid varandra och tillsammans täcker de ett område som är 9 km^2 . Vart och ett av dessa rutnät innehåller ca 10 000 punkter och täcker minst 11 passpunkter. Anledningen till att fyra rutnät skapades istället för ett stort är att beräkningsprocessen i programmet för Natural Neighbour-interpolation blir väldigt tidskrävande när det behandlar många punkter. En annan anledning är att genom att dela upp området i fyra rutnät finns fyra uppsättningar resultatsiffror från respektive metod att jämföra. Om ett stort rutnät hade använts hade det bara funnits en uppsättning resultatsiffror från varje metod.

4.1.2 Studie av problemområden

När ett resultat från jämförelsen mellan de olika interpolationsmetoderna erhållits, görs en närmare granskning av bilderna och ett par upptäckta problemområden studeras lite mer noggrant. Ett problemområde är ett område som påvisar väldigt stora deformationer jämfört med närliggande områden.

Ett nytt rutnät som täcker ett intressant område skapas för att kunna studera utmärkande egenskaperna lite närmare. För att kunna bekräfta orsakerna till de stora deformationerna studerades även ett problemområde till. Restfelens riktning och storlek är intressanta faktorer. Därför skapas också två bilder som illustrerar restfelen i de två utvalda problemområdena.

4.2 Resultat

Resultatet är uppdelat i tre delar, först en jämförelse mellan de två olika metoderna, sedan en mer detaljerad studie av de två problemområdena och sist en beskrivning av det utvecklade programmet.

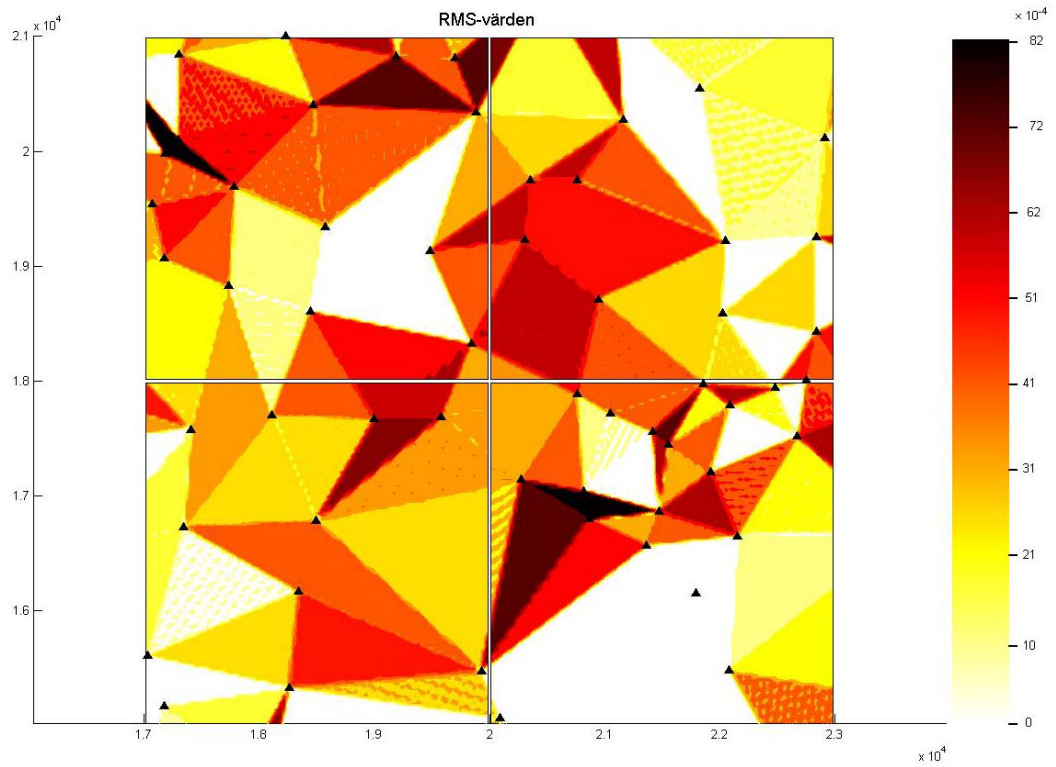
4.2.1 Jämförelse mellan interpolation med Natural Neighbour och i TRIAD

De fyra rutnät som genererats har restfelsinterpolerats i både TRIAD och det skapade Natural Neighbour-programmet. Rutnäten är placerade bredvid varandra för att skapa ett större kvadratisk område. Figur 9 visar rutnätens placering i det större området.

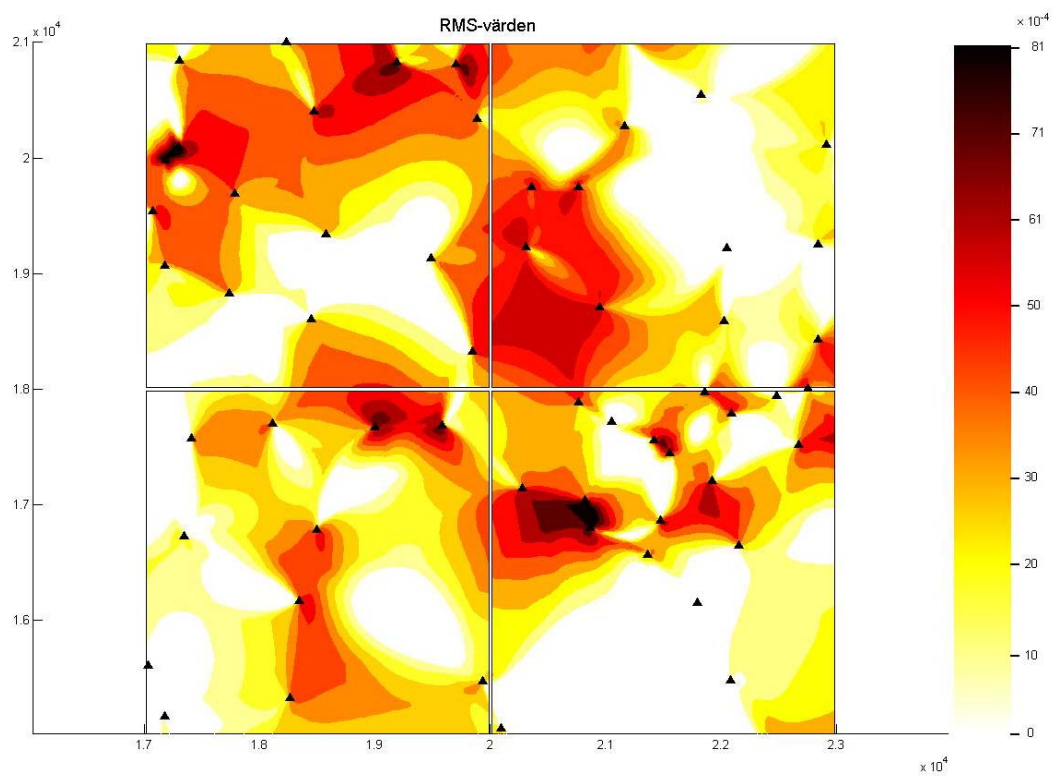
2	3
1	4

Figur 9. Placering av rutnäten.

Figur 10 och 11 visar deformationerna som rutnäten behäftats med när de har interpolerats med respektive metod. RMS-värdena är beräknade i det modifierade RMS-programmet och höga värden (mörk färg) innebär en större deformation, medan vita fält markerar områden där ingen deformation påvisats. Passpunkterna är markerade med svarta trianglar.



Figur 10. RMS-värden för de fyra rutnäten interpolerade i TRIAD.



Figur 11. RMS-värden för de fyra rutnäten interpolerade med Natural Neighbour.

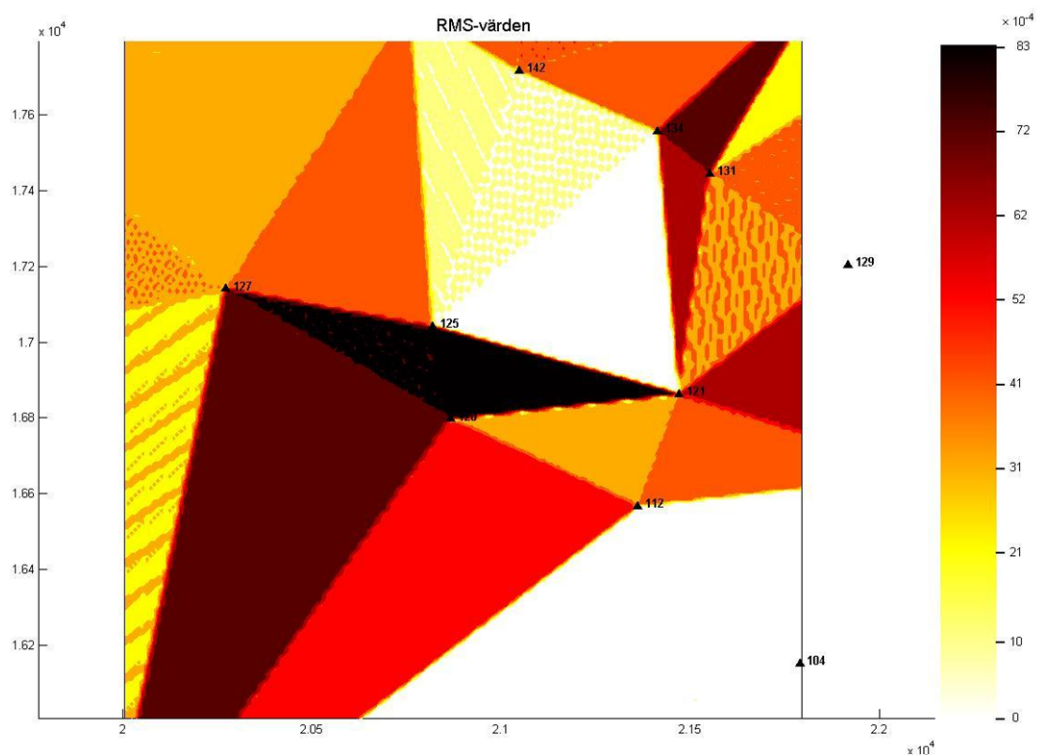
För varje rutnät i det större området har ett medelvärde för deformationerna (varje rutas RMS-värde) beräknats. Medelvärdena för respektive interpolationsmetod redovisas i Tabell 2.

Tabell 2. RMS-medelvärde för varje rutnät.

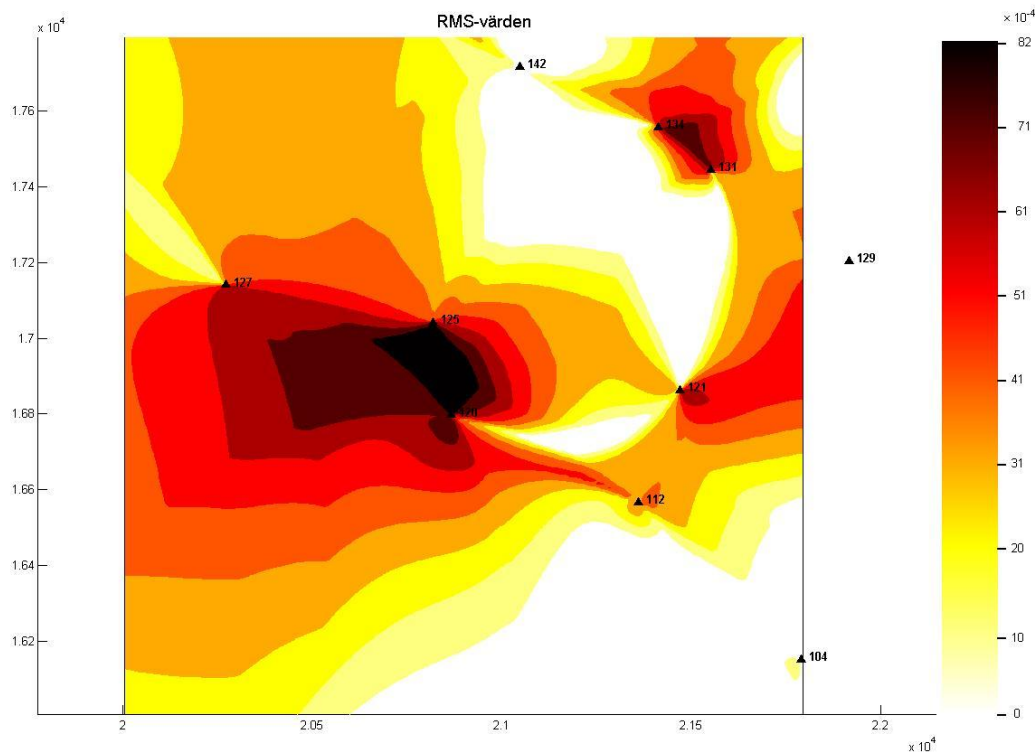
Rutnät	Natural Neighbour	TRIAD
1	22,198	31,677
2	29,796	34,901
3	23,443	31,147
4	21,011	26,793

4.2.2 Studie av problemområden

För att undersöka vad som orsakar de större deformationerna studeras den stora deformationen i rutnät 4 i Figur 10 och 11 lite närmare. Det nya rutnätet som skapades, se Figur 12 och 13, täcker det område där den stora deformationen påvisas; rutorna i nätet är 10x10m stora och området rutnätet täcker är 1,8 km².



Figur 12. Närmare betraktelse av problemområde i rutnät 4 med interpolation i TRIAD.



Figur 13. Närmare betraktelse av problemområde i rutnät 4 med Natural Neighbour-interpolation.

Även i rutnät 2, strax över dess vänstra kant, finns en stor deformation som tittas lite närmre på. Den består, liksom det första problemområdet, av fyra passpunkter som skapar två trianglar. Se Figur 10 och 11.

4.2.3 Programmet

Här följer en beskrivning av programmet som beräknar RMS-värdena och vad som krävs för att använda det korrekt.

Indata till programmet är dels en textfil med passpunkter och dels ett transformerat rutnät, även det i form av en textfil. Filen med passpunkterna används endast till att visualisera de relevanta punkterna på bilden och används alltså inte i beräkningarna av deformationerna. När man kör programmet kan man välja att inte visa dessa passpunkter. Väljer man detta alternativ så krävs följaktligen ingen fil med passpunkter. Om en fil med passpunkter används ska den innehålla tre kolumner; id-nummer, x-koordinat och y-koordinat.

Rutnätet skapas i från-systemet och transformeras på valt sätt för att sedan kunna användas som indata till detta program. RMS-programmet gör alltså ingen transformation utan det görs av användaren innan detta program kan användas. Filen med rutnätet ska ha samma uppbyggnad som filen med passpunkter; id-nummer, x-koordinat och y-koordinat.

När programmet har beräknat RMS-värdena skapas automatiskt en textfil som hamnar i samma mapp som programmet ligger i. Filen får

ett namn som börjar med RMS som sedan följs av namnet på filen för det rutnät som använts som indata. I filen skapas det två kolumner där den första innehåller id-nummer som representerar varje ruta i rutnätet. I den andra kolumnen återfinns varje rutas RMS-värde.

När programmet har kört klart kan man välja att beräkna RMS-värdet för ytterligare ett rutnät som ligger bredvid eller i närheten av det första. Man bör använda rutnät som är av samma storlek för att få en korrekt grafisk presentation. Detta kan man välja att göra flera gånger, men det är rekommenderat att använda sig av ett stort rutnät i stället för flera små om det är möjligt. När inga fler rutnät ska adderas ritas bilden ut som visualiserar resultatet av beräkningarna. Figuren visar konturlinjer som är beräknade baserat på varje rutas RMS-värde och till höger finns en färgskala med tillhörande RMS-värden.

4.3 Analys

Restfelsinterpolation i TRIAD skapar ett deformationsmönster baserat på de Delaunay-triangelar som interpolationsmetoden bygger på. Som kan ses i Figur 10 är färgen inom dessa trianglar enhetlig med undantag för vissa trianglar som visar ett randigt eller prickigt mönster. Anledningen till att de flesta trianglar visar en enhetlig färg är att alla rutor i det interpolerade rutnätet som befinner sig i samma triangel har deformationer som inte skiljer sig så mycket från varandra i RMS-värde. Färgskalan är inte tillräckligt känslig för att visa dessa i olika färg trianglarna blir följaktligen enfärgade. I de fall som ett randigt eller prickigt mönster uppstår i en triangel så ligger rutornas RMS-värden precis där en färgövergång sker i skalan vilket leder till att vissa rutor får den ena färgen och resterande rutor får den andra färgen och ett mönster skapas.

Resultatet av restfelsinterpolation med Natural Neighbour är ett deformationsmönster som är mycket mjukare till formen. Men även här kan en viss tendens till triangelbildning påvisas vilket antagligen beror på att som grund för de voronoidiagram som Natural Neighbour-interpolation bygger på ligger just en Delaunay-triangulering.

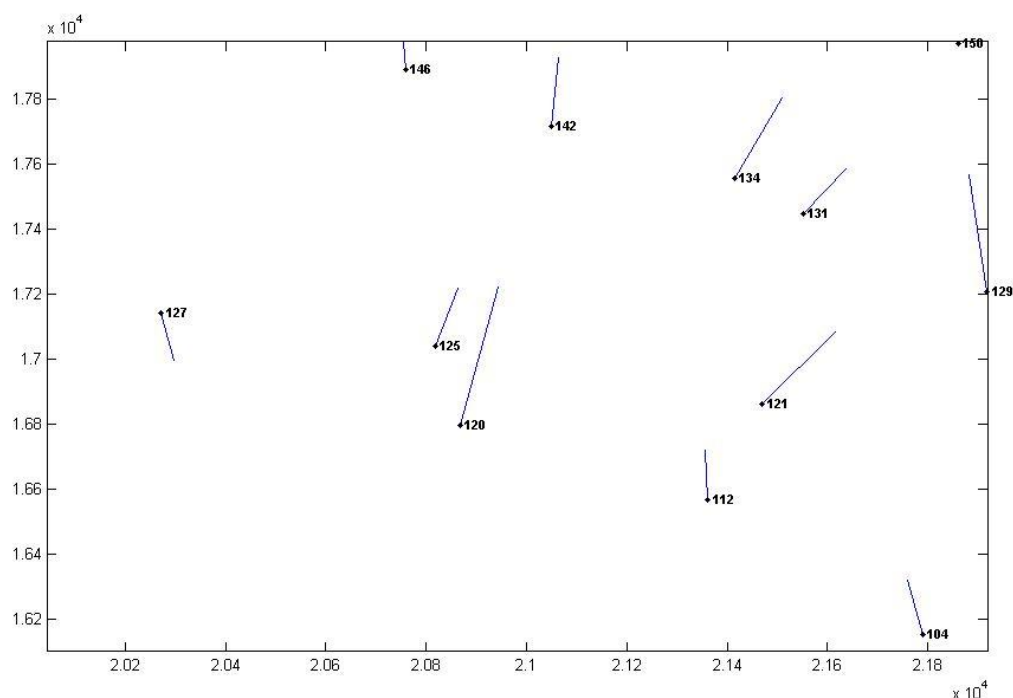
Genom att endast studera Figur 10 och 11 kan man bilda en hypotes att restfelsinterpolation med Natural Neighbour ger lägre deformationsvärden än interpolation i TRIAD, vilket också stärks av Tabell 2 där deformationernas medelvärde för respektive rutnät är lägre för denna metod. En anledning till detta kan vara att vid interpolation i TRIAD får som tidigare nämnt rutorna inom en triangel RMS-värden som ligger väldigt nära varandra. Vilket betyder att höga deformationsvärden fortplantar sig över en större yta. Med Natural Neighbour-interpolation är de områden som har höga RMS-värden mindre till storleken och ligger mer koncentrerat

kring passpunkterna än i det triangelmönster som är en följd av interpolering i TRIAD.

4.3.1 Analys av problemområden

Det första problemområdet hittas i rutnät 4 och en närmare betraktelse av det ses i Figur 12 och 13. I Figur 12 kan det även utläsas vilka passpunkter som utgör de två trianglar som visar höga RMS-värden i TRIAD-interpolationen. De passpunkter som det tittas närmare på är nr 127, 125, 121 och 120.

Figur 14 visar storleksordning och riktning på restfelen de aktuella passpunkterna. Felen är mycket förstorade i figuren för att de ska vara lättare att visualisera. Restfelen i passpunkterna 120 och 125 har en riktning som är likartad medan passpunkterna 121 och framför allt 127 har andra riktningar. Detta tycks påvisa att det är relevant hur passpunkternas restfel är riktade i förhållande till varandra. Om restfelen i två passpunkter är riktade åt motsatt håll blir den totala skillnaden mellan de två betydligt större än om de har samma riktning. Om restfelen sedan också skiljer sig betydligt i storlek, leder det till att den totala skillnaden mellan de båda blir ännu större. Om dessa två passpunkter sedan utgör hörn i en triangel vid interpolering i TRIAD skapas stora deformationer på de fasta geometrierna inom denna triangel.

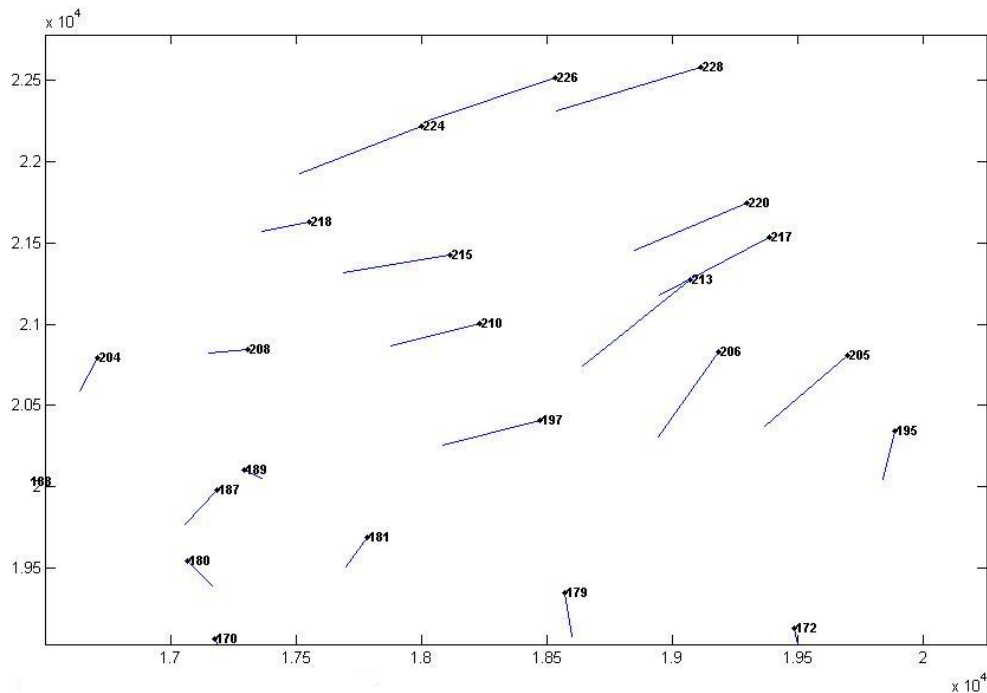


Figur 14. Restfelsillustration av problemområde i rutnät 4.

Med Natural Neighbour-interpolation är inte deformationerna lika beroende av trianguleringen utan varje punkts restfel baseras på andra kriterier. Det antal passpunkter som används för att interpolera fram restfelen är olika för varje punkt, vilket ger ett bättre anpassat resultat. Det är dock ganska svårt att relatera resultatet av deformationerna till storleken och riktningen på restfelen i

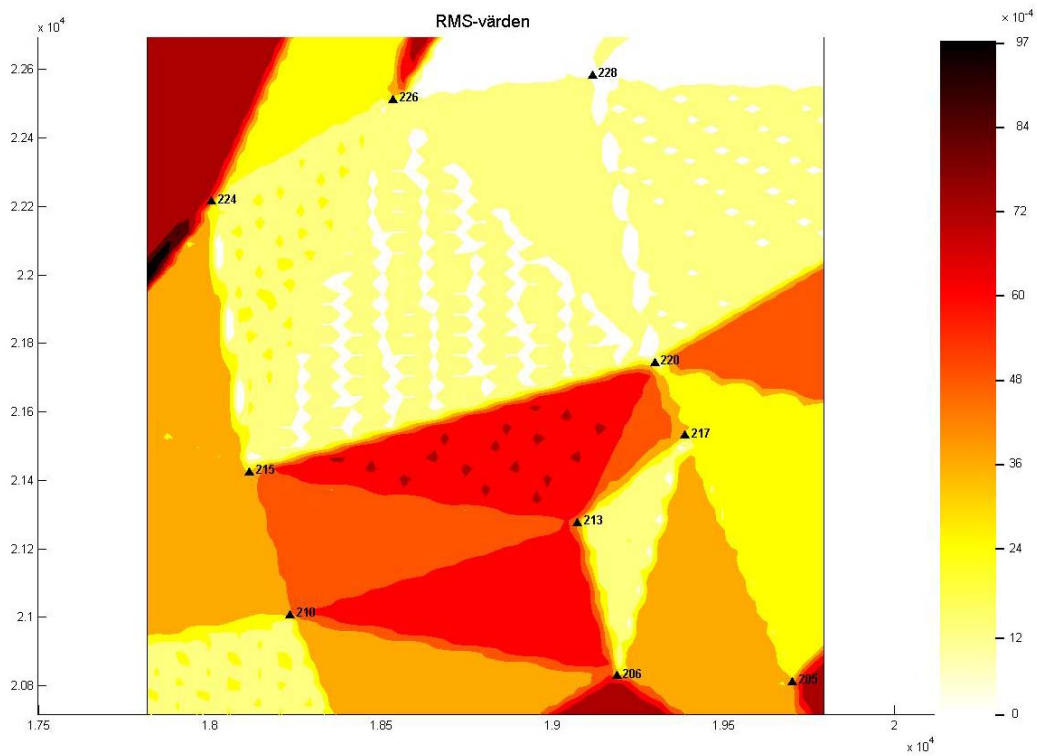
passpunkterna. Detta på grund av att det inte går att säga exakt vilka passpunkter som används vid interpolationen av varje punkt och hur stort inflytande de har. Men man kan ändå konstatera att resultatet blir betydligt bättre är vid interpolation i TRIAD.

I rutnät 2 (se Figur 10 och 11) finns också ett område där stora deformationer påvisas. Närmare studie av detta område visar att de två trianglar som här påvisar höga RMS-värden utgörs av passpunkterna 204, 189, 187 och 181. Figur 15 visar hur de förhåller sig till varandra i fråga om restfelens riktning och storlek. Passpunkt 189, som utgör ett hörn i båda trianglarna, skiljer sig betydligt i storlek och riktning i förhållande till de övriga tre punkterna, vilket orsakar stora deformationer i de två trianglarna.

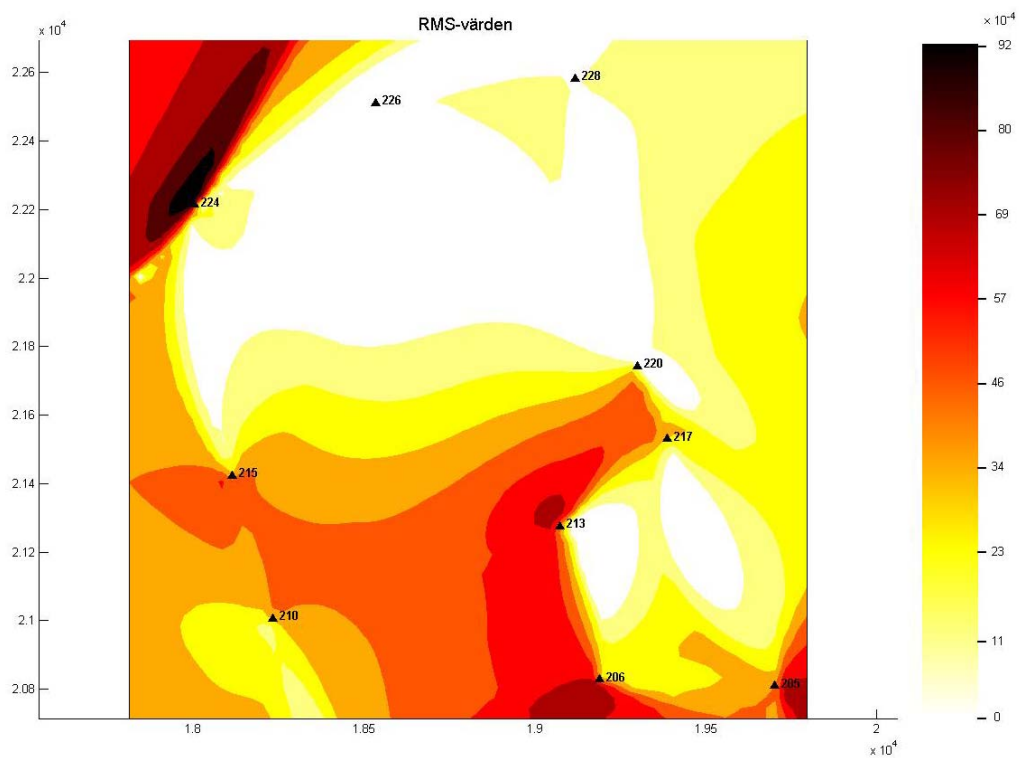


Figur 15. Restfelsillustration av problemområde i rutnät 2.

I övre mitten av Figur 15 finns ett område med passpunkter vars restfel är bland de större i testdatasetet. Men här har restfelen likartade riktningar vilket leder till att de inte orsakar stora deformationer. Det finns några passpunkter som skiljer sig lite mer i riktning från de övriga i detta område och man kan se i Figur 16 och 17 att dessa skapar något större deformationer.



Figur 16. Resultat av TRIAD-interpolation i ett område med mycket stora restfel.



Figur 17. Resultat av Natural Neighbour-interpolation i ett område med mycket stora restfel.

5 Restfelshantering i höjd

Det tredje momentet i denna studie behandlar transformation av höjddata från ett referenssystem till ett annat. Syftet är att även i detta moment jämföra Natural Neighbour-interpolation med interpolation i TRIAD. GTRANS och det program för Natural Neighbour som utvecklades under moment 1 kommer att användas även i detta moment.

5.1 Metod

Det dataset som användes till denna del av studien innehåller 396 punkter med plana koordinater och höjder i två system, RH2000 och ett lokalt höjdsystem. För att kunna restfelsinterpolera punkterna plockades 93 av dem ut för att representera passpunkter med kända höjder. Programmen som används i studien bearbetar koordinater, inte höjder. För att kunna restfelsinterpolera höjder måste en metod som baseras på punkternas koordinater användas. Differensen mellan de kända höjderna i det lokala systemet och RH2000 användes som restfel för passpunkternas x-koordinat, dvs de adderades på x-koordinaterna för att skapa nya koordinater som användes som passpunkter i tillsystemet. Y-koordinaterna är de samma i både från- och tillsystemet. De givna höjderna i RH2000 för de resterande 303 punkterna i datasetet används i slutet att jämföras med, för att utvärdera kvaliteten av resultatet.

De 303 punkterna restfelsinterpoleras för att få fram höjdkorrekationer, som adderas på de givna höjderna i det lokala systemet, för att få fram transformerade höjder i RH2000. Dessa höjder kan sedan jämföras med de givna RH2000-höjderna i datasetet. Denna procedur utfördes både med interpolation med Natural Neighbour och i TRIAD, så att en jämförelse kunde utföras mellan dessa metoder.

Beräkningarna går till på följande sätt:

Indata är följande för varje punkt:

x	y	H_1	H_2
---	---	-------	-------

H_1 = höjd i lokalt system

H_2 = höjd i RH2000

Passpunkter:

I från-systemet	$x_f = x$	$y_f = y$
-----------------	-----------	-----------

I till-systemet	$x_t = x_f + (H_1 - H_2)$	$y_t = y_f$
-----------------	---------------------------	-------------

Restfelsmodell:

En restfelsmodell skapas baserad på passpunkterna i från- och till-systemet.

Transformation:

När punkter transformeras kommer de följaktligen att få differensen mellan höjdsystemen som en avvikelse på x-koordinaten.

$$x_t - x_f = H_k$$

H_k = höjdkorrektion

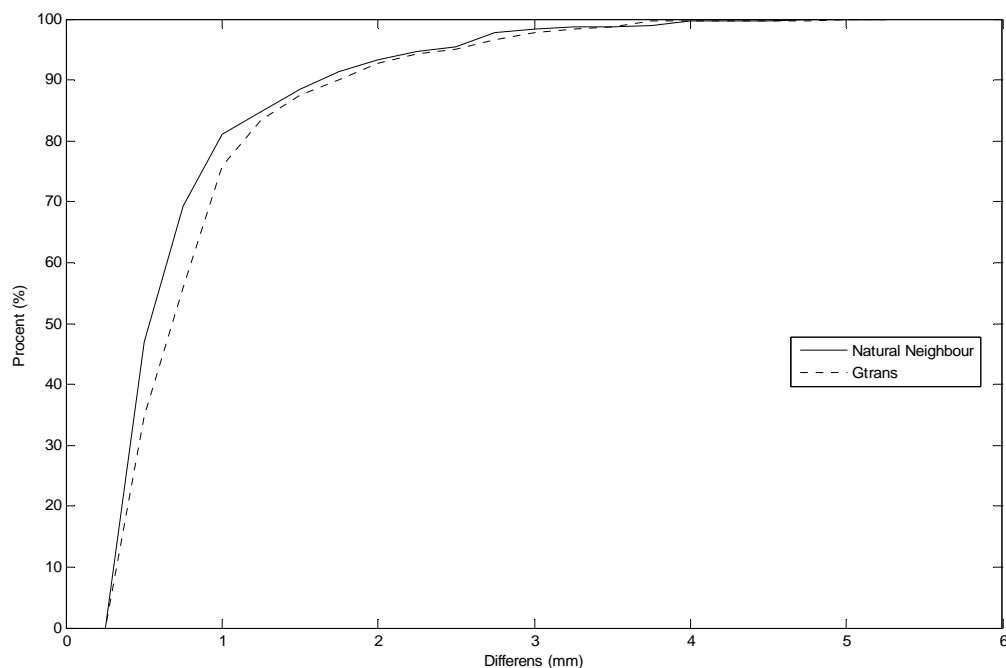
Resultat:

$$H_1 + H_k = \text{transformerad } H_2$$

Resultatet, den transformerade H_2 , jämförs med den givna H_2 i indata för att få fram differenserna mellan det transformerade resultatet och de mätta värdena.

5.2 Resultat

För att visualisera resultatet av det här momentet gjordes ett histogram på samma sätt som i avsnitt 3.2. Differenser beräknades mellan de höjder som transformerats till RH2000 och punkternas korrekta höjder som är mätta i RH2000. Histogrammet visar hur stor procent av differenserna som ligger under ett visst värde, en kurva för varje metod. Det som eftersträvas är, som i det första momentet, så små differenser som möjligt. En bra metod har alltså en kurva som är brant och når 100 procent tidigt.



Figur 18. Histogram över den procentuella fördelningen av differenser för båda metoderna.

För att kunna jämföra metoderna mer exakt har standardavvikelse, medelvärde och maxvärde beräknats på varje metods differenser, se Tabell 3.

Tabell 3. Statistisk jämförelse av differenserna från de två interpolationsmetoderna.

Metod	Standardavvikelse [mm]	Medelvärde [mm]	Största differens [mm]
Natural Neighbour- interpolation	0,90	0,54	5,29
Restfelsinterpolation i TRIAD	0,97	0,63	5,10

5.3 Analys

Datasetet som används i den här undersökningen innehåller relativt få punkter, det är dock verkliga punktdata så de bör ge en korrekt bild av verkligheten.

Enligt histogrammet ger interpolation med Natural Neighbour fler låga differenser, medan interpolation i TRIAD når 100 procent något tidigare. Dessa skillnader är dock små, så det är inte någon större skillnad på helheten av de resultat som metoderna ger.

När man sedan studerar värdena i Tabell 3 ser man att Natural Neighbour har något bättre värden på standardavvikelsen och medelvärdet, men det handlar endast om knappt en tiondels millimeter. Värdet på den största differensen för varje metod ger inte heller någon klar fingervisning av vilken som är bäst, eftersom det är en skillnad på endast 0,19 millimeter.

6 Diskussion

I inledningen presenterades de tre problem som behandlas i denna studie. Det första och viktigaste momentet var att jämföra restfelsinterpolation med de två metoderna Natural Neighbour och TRIAD i samband med upprätning av koordinatsystem i plan. Det andra momentet innefattade ytterligare en jämförelse mellan dessa metoder i samband med upprätning av koordinatsystem i plan, men inom det mer specifika området deformationer av fasta geometrier. Det tredje och sista momentet behandlade en jämförelse av de båda metoderna vid transformation av höjddata. Nedan följer en diskussion av resultatet för varje delmoment samt en sammanfattande diskussion för hela studien.

Inför studien misstänktes det på Lantmäteriet att Natural Neighbour kunde vara en bra metod att använda vid restfelsinterpolation, men eftersom inga tidigare undersökningar utförts visste man inte om den skulle vara bättre eller sämre än den metod som används i TRIAD. Det förmodades att Natural Neighbour antingen skulle vara lika bra eller något bättre. Resultatet av denna första del av studien visar att båda metoderna har samma noggrannhet. Det finns små variationer i resultatet, men i helhet ger de två ett likvärdigt resultat.

Även när det gäller restfelshantering i höjd ger Natural Neighbour och TRIAD ett jämbördigt resultat där man inte kan konstatera att den ena metoden är bättre än den andra. Resultatet från interpolation med Natural Neighbour ger färre stora differenser, medan interpolation i TRIAD ger ett lägre maxvärde. Sammantaget är det dock ingen större skillnad på resultaten, precis som i det första momentet.

Skillnaden mellan interpolationsmetoderna visade sig tydligare i moment två av studien, deformationer av fasta geometrier. I detta moment påvisas en tydlig tendens, Natural Neighbour ger mycket mindre deformationer av de fasta geometrierna än TRIAD. Resultatbilder av deformationer orsakade av Natural Neighbour-interpolation av de fasta geometrierna (rutnäten) visar mjuka förändringar över ytan medan resultatbilder från interpolation i TRIAD ger ett triangelmönster med till synes lika stor deformation inom varje triangel. Detta orsakas av hur de olika metoderna är definierade. TRIAD utför en linjär interpolation över alla punkter inom varje triangel vilket gör att alla rutor inom den triangeln får en likvärdig deformation. Eftersom Natural Neighbour-interpolation använder ett viktat värde som är baserat på flera punkter runt omkring, olika för varje punkt, ger det en mjukare förändring som inte är begränsad till trianguleringen.

Generellt gäller det alltså att de två interpolationsmetoderna Natural Neighbour och TRIAD ger samma noggrannhet och ett resultat av liknande kvalitet. Natural Neighbour har dock en fördel i att de fasta

geometrierna behäftas med mindre deformationer vid byte av koordinatsystem. Men fördelen med den restfelsinterpolation som utförs i TRIAD är att själva metoden är lättare att manipulera och anpassa till speciella förhållanden i de aktuella data som behandlas. Detta är något som man på Lantmäteriet värdesätter högt. Natural Neighbour-interpolation har en mer komplicerad implementering, vilket också gör den svårare att anpassa till olika specialförhållanden i data.

I och med slutförandet av denna studie har alla interpolationsmetoder som Lantmäteriet funnit intressanta studerats närmare i denna serie med examensarbeten¹¹. De tidigare studier som genomförts i serien har fastställt att den metod för restfelsinterpolation som är implementerad i TRIAD, Affin inpassning, dittills var den som gav bäst resultat i restfelshandlingen vid byte av koordinatsystem. I denna studie har det nu visats att Natural Neighbour-interpolation är en likvärdig metod för restfelshandling.

På Lantmäteriet är man nöjd med studiens resultat av flera anledningar. Först och främst visade sig interpolation med Natural Neighbour vara likvärdig med den metod som används idag och är implementerad i programmodulen TRIAD. Därför behöver de inte överväga att överge sin metod, vilken är lätt att arbeta med och anpassa till specialfall i data. En annan anledning, och en mycket viktig sådan, är att de som resultat av denna och tidigare studier kan styrka sin metods noggrannhet i jämförelse med andra metoder som är lämpliga inom detta användningsområde. Lantmäteriet ser alltså ingen anledning till att ändra de arbetsmetoder som används idag.

¹¹ Tidigare studier som utförts å Lantmäteriets vägnar inom samma område är Svanholm (2000), Alfredsson (2002), Andersson (2004) och Valdimarsson (2004).

7 Slutsatser

Baserat på de undersökningar som gjorts i studien kan följande slutsatser dras:

- **Restfelshantering med Natural Neighbour och TRIAD i samband med byte av koordinatsystem i plan ger likvärdiga resultat.**

Resultaten från den här studien har visat att skillnaden mellan de båda metoderna är så pass liten att de kan betraktas ge samma resultat.

- **Deformationsberäkning av fasta geometrier efter transformation med Natural Neighbour ger ett bättre resultat.**

I jämförelse med deformationsberäkning efter transformation i TRIAD skapar Natural Neighbour ett bättre resultat med ett mjukare deformationsmönster. De stora deformationerna påträffas fortfarande i samma områden, men är mycket mindre till ytan.

- **Stora deformationer på fasta geometrier orsakas till stor del av skillnader i restfelens riktning.**

Analys av områden där stora deformationer påvisas visar att de i första hand beror på restfelens riktning i förhållande till varandra. Restfel med motsatta riktningar skapar stora deformationer, och om restfelen även är stora till storleken så blir deformation följaktligen också större.

- **Restfelshantering med Natural Neighbour och TRIAD i samband med byte av koordinatsystem i höjd ger likvärdiga resultat.**

Studien visar att vid transformation av höjddata ger interpolation med Natural Neighbour och TRIAD resultat som ligger mycket nära varandra. Metodernas standardavvikelse skiljer endast med en knapp tiondels millimeter.

Referenser

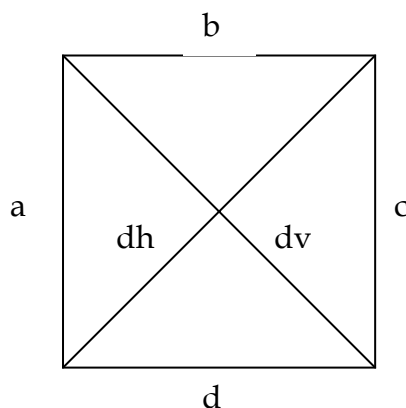
- Alfredsson, A. (2002). *Studier av deformationer vid byte av koordinatsystem*. Lantmäteriet, Gävle. LMV-rapport 2002:5
- Andersson, M. (2004). *Deformationer av fasta geometrier – en metodstudie*. Lantmäteriet, Gävle. ISSN 0280-5731 LMV-rapport 2004:4
- Harrie, L. (2007). *Lecture notes and lab instructions*. GIS Centre, Lund University.
- Löfqvist, H. (2008). *Inpassning av mätdata i inhomogena nät*. KTH, Stockholm. ISSN 1653-5227. TRITA-GIT EX 08-005.
- Svanholm, N. (2000). *Jämförelse av olika metoder att föra över kartdetaljer till ett nytt koordinatsystem*. Lantmäteriet, Gävle. ISSN 0280-5731 LMV-rapport 2000:4
- Valdimarsson, R. G. (2004). *Interpolationsmetoder för restfelshantering i höjddled vid höjdmätning med GPS*. Lantmäteriet, Gävle. ISSN 0280-5731 LMV-Rapport 2004:7
- de Smith, Goodchild, Longley. (2008). *Geospatial Analysis – a comprehensive guide* (Online version). 2nd edition.
<http://spatialanalysisonline.com> (2008-09-16).
- Lantmäteriet, 2008. *Infoblad n:o 1: Nya referenssystem*.
<http://www.lantmateriet.se/refsys> (2008-10-28).
- Lantmäteriet, 2003. *Infoblad n:o 6: Korrektion med restfelsinterpolering*.
<http://www.lantmateriet.se/refsys> (2008-10-28).

Bilagor

Bilaga 1. Beskrivning av beräkning av RMS-värde

Här följer en beskrivning av det RMS-värde som togs fram i en tidigare studie av fasta geometrier (Andersson, 2004). Där utvecklades ett beräkningsprogram i MATLAB som utför beräkningen av RMS-värdet på ett rutnät som transformerats på något sätt.

RMS-värdet skapades för att åskådliggöra deformationerna på fasta geometrier vid upprätning av koordinatsystem i samband med byte av referenssystem. Geometrin som användes var en kvadrat eftersom den är enkel att skapa och lätt att jämföra med originalet efter transformation. RMS-värdet ger ett värde på hur stor förändring kvadraten har undergått i transformationen i jämförelse med dess originalform. Beteckningar på originalkvadratens delar ses i Figur 19.



Figur 19. Beteckning av kvadratens sidor och diagonaler.

De förändringar som kan ske på kvadraten berör dess sidlängder, diagonaler samt dess area. Den slutgiltiga formeln för RMS-värdet visas nedan.

$$RMS = \sqrt{\frac{\left(\frac{a-\sqrt{A}}{\sqrt{A}}\right)^2 + \left(\frac{b-\sqrt{A}}{\sqrt{A}}\right)^2 + \left(\frac{c-\sqrt{A}}{\sqrt{A}}\right)^2 + \left(\frac{d-\sqrt{A}}{\sqrt{A}}\right)^2 + \left(\frac{dv-\sqrt{2A}}{\sqrt{2A}}\right)^2 + \left(\frac{dh-\sqrt{2A}}{\sqrt{2A}}\right)^2}{6}}$$

Värdena på sidorna a , b , c , d samt diagonalerna dv och dh erhålls från den deformerade kvadraten, vilka jämförs med motsvarande värden på originalkvadraten. Den ursprungliga sidlängden uttrycks som kvadratroten ur arean (A) och diagonalernas ursprungliga längd uttrycks även med hjälp av arean.

En mer detaljerad beskrivning av RMS-värdet finns i rapporten "Deformationer av fasta geometrier - en metodstudie", se litteraturförteckningen.

Bilaga 2. K-fil¹²

K-fil står för koordinat-fil, och är en vanlig text-fil enligt LAX-syntax. K-filen ska endast innehålla koordinatposter som hör till samma koordinatsystem, och ska inte vara bunden till en viss tillämpning. Med koordinatpost menas en beskrivning av ett punktobjekt med en identifierare, lägeskoordinater och någon form av textattribut.

Med LAX-syntax menas 'Lmv Ascii-fil syntaX', ett slags "fritt format" för indatafiler (och en del utdatafiler) till program. Den bygger på DATASERIER som alltid avslutas med ett snedstreck / (slash).

K-filens struktur:

```
KFIL [filetikett]
< rubrik >
...
/
IDENT <beskr> /
SYSTEM <namn> /
ATTRIBUT <beskr> /
XY
< koordinatpost >
...
SLUT /
eller
STOP /
```

Här följer ett exempel på hur en enkel k-fil kan se ut:

```
KFIL Filnamn.k
/
SYSTEM RT90 2.5gon V 0:-15/
XY
1          3349,920000          86096,340000
...
243       263195,930000        217138,980000
/
STOP /
```

En mer detaljerad beskrivning av k-filens uppbyggnad kan hittas i hjälpaavsnittet i Lantmäteriets programvara GTRANS. I GTRANS finns även ett verktyg för att enkelt skapa en k-fil.

¹² Beskrivningen är ett utdrag från hjälpaavsnittet i GTRANS.

Bilaga 3. NaturalNeighbour.m

Följande avsnitt är den MATLAB-kod som utgör programmet NaturalNeighbour.m. Tillhörande programmet finns även en funktion som anropas, ClosePolygons.m, men som inte visas här. Versionen som har använts är MATLAB R2008a.

```
A = importdata('PasspunkterG.txt'); % Passpunkter i frånsystemet
B = importdata('TestpunkterG.txt'); % Testpunkter i frånsystemet
C = importdata('PasspunkterN.txt'); % Passpunkter i tillsystemet

% Koordinatskillnad mellan passpunkternas koordinater i frånsystemet och tillsystemet.
e = C-A;

% Skapar voronoipolygoner runt passpunkterna i A.
% Varje rad i W innehåller de punkter som bildar en polygon.
% Varje punkts
% nummer hänvisar till en rad i V där koordinaterna finns.
% Alla polygoner
% definieras motsols. Polygonerna i kanterna är inte stängda, de innehåller
% en punkt som är inf (rad 1 i V).
[V,W] = voronoin(A);

% Stänger de polygoner som inte är stängda (innehåller Inf) och returnerar
% ett nytt V med fler koordinater och ett W med två nya punkter där ettorna
% fanns förut.
[V,W] = ClosePolygons(V,W,A);

TransformedB=zeros(size(B)); % Samlar det slutliga transformerade
%koordinatvärdet för varje testpunkt.

% Varje varv i slingan representerar en testpunkt i frånsystemet som ska
% transformeras till tillsystemet.
for k = 1:length(B)

    % Lägger till testpunkt k till passpunkterna för att göra nya
    % voronoipolygoner.
    E = [A
         B(k,:)];

    % Skapar voronoipolygoner runt passpunkterna och den nya punkten.
    % Varje rad i T innehåller de punkter som bildar en polygon. Sista
    % raden representerar polygonen för den nya punkten.
    % Varje punkts
    % nummer hänvisar till en rad i U där koordinaterna finns. Alla
    % polygoner definieras motsols.
    [U,T] = voronoin(E);
```

```

    nrpoly = length(T); % Håller reda på vilken polygon som
tillhör den
    % tillagda punkten
    T{nrpoly} = [T{nrpoly} T{nrpoly}(1)]; % Läger till den
tillagda
    % polygonens första punkt sist i polygonvektorn så att
polygonen blir
    % sluten.

    x1 = zeros(length(T{nrpoly}),1);
    y1 = zeros(length(T{nrpoly}),1);
    % Läger in den nya polygonens x-koordinater i en vektor
och
    % y-koordinater i en annan vektor.
    for m = 1:length(T{nrpoly})
        x1(m) = U(T{nrpoly}(m),1);
        y1(m) = U(T{nrpoly}(m),2);
    end

    % Om polygonen är definierad motsols måste den göras om
till
    % medsols för att kunna användas i funktionen polybool
senare.
    if ispolycw(x1,y1) == 0
        [X1,Y1] = poly2cw(x1,y1);
        X1 = {X1};
        Y1 = {Y1};
    else
        X1 = {x1};
        Y1 = {y1};
    end

    % Nu gör vi samma sak för de polygoner vi har i W och
    % använder polybool för att hitta den gemensamma
polygonen mellan
    % testpunktens polygon och varje polygon i W.
    POLYAREA = []; % Håller reda på små-areorna
    polygons = []; % Håller reda på vilka polygoner som små-
areorna lånas
    % från
    for n = 1:length(W)
        x2 = zeros(length(W{n}),1);
        y2 = zeros(length(W{n}),1);
        for q = 1:length(W{n})
            x2(q) = V(W{n}(q),1);
            y2(q) = V(W{n}(q),2);
        end
        X2 = {x2};
        Y2 = {y2};

        [x,y] = polybool('intersection',X2,Y2,X1,Y1);

        if isempty(x)==0
            polygons = [polygons n];
            POLYAREA = [POLYAREA polyarea(x{1},y{1})];
        end
    end

    % Lambda samlar vikterna för de aktuella passpunkterna.
    lambda=zeros(length(POLYAREA),1);

```



```

for i = 1:length(POLYAREA)
    lambda(i) = POLYAREA(i)/sum(POLYAREA);
end

% Passpunktens vikt gånger dess koordinatskillnad, x i
första kolumnen
% och y i andra kolumnen av Q.
Q = zeros(length(POLYAREA),2);
for i = 1:length(POLYAREA)
    Q(i,1) = lambda(i)*e(polygons(i),1);
    Q(i,2) = lambda(i)*e(polygons(i),2);
end

% Summerar ihop Q-värdena för x och y och lägger till
koordinaterna,
% vilket ger det nya transformerade värdet för den
aktuella testpunkten
% (k).
TransformedB(k,1)=sum(Q(:,1))+B(k,1);
TransformedB(k,2)=sum(Q(:,2))+B(k,2);
end

```


Rapporter i geodesi och geografiska informationssystem från Lantmäteriet

- 2006:4 Klang Dan: KRIS-GIS® projekt i Eskilstuna. Kvalitet i höjdmodeller.
- 2006:5 von Malmberg Helena: Jämförelse av Epos och nätverks-DGPS.
- 2006:8 Wennström Hans-Fredrik (ed.): Struve Geodetic Arc 2006 International Conference – the Struve arc and extensions in space and time.
- 2006:9 Shah Assad: Systematiska effekter inom den tredje riksavvägningen.
- 2007:1 Johnsson Fredrik & Wallerström Mattias: En nätverks-RTK-jämförelse mellan GPS och GPS/GLONASS.
- 2007:4 Ågren Jonas & Svensson Runar: Postglacial land uplift model and system definition for the new Swedish height system RH 2000.
- 2007:8 Halvardsson Daniel & Johansson Joakim: Jämförelse av distributionskanaler för projektanpassad nätverks-RTK.
- 2007:10 Lidberg Martin & Lilje Mikael: Evaluation of monument stability in the SWEPOS GNSS network using terrestrial geodetic methods - up to 2003.
- 2007:11 Lilje Christina, Engfeldt Andreas, Jivall Lotti: Introduktion till GNSS.
- 2007:12 Ivarsson Jesper: Test and evaluation of SWEPOS Automated Processing Service.
- 2007:14 Lilje Mikael, Eriksson Per-Ola, Olsson Per-Anders, Svensson Runar, Ågren Jonas: RH 2000 och riksavvägningen.
- 2008:4 Johansson S Daniel & Persson Sören: Kommunikationsalternativ för nätverks-RTK – virtuell referensstation kontra nätverksmeddelande.
- 2009:1 Ågren Jonas: Beskrivning av de nationella geoidmodellerna SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70.
- 2009:2 Odolinski Robert & Sunna Johan: Detaljmätning med nätverks-RTK – en noggrannhetsundersökning.
- 2009:4 Fridén A & Persson A-K: Realtidsuppdaterad etablering av fri station – ett fälttest med radioutsänd projektanpassad nätverks-RTK.

L A N T M Ä T E R I E T



Vaktmästeriet 801 82 GÄVLE Tfn 026 - 65 29 15 Fax 026 - 68 75 94
Internet: www.lantmateriet.se