

Beskrivning av de nationella geoidmodellerna SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70

Jonas Ågren

Gävle 2009

L A N T M Ä T E R I E T





Copyright ©

2009-01-23

Författare Jonas Ågren

Typografi och layout Rainer Hertel

Totalt antal sidor 33

ISSN 280-5731

Beskrivning av de nationella geoidmodellerna **SWEN08_RH2000** och **SWEN08_RH70**

Jonas Ågren

Gävle 2009

LANTMÄTERIET



Beskrivning av de nationella geoidmodellerna SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70

Sammanfattning	5
1. Introduktion	6
2. Kort om olika typer av geoidbestämning	7
3. Beräkning av huvudmodellen SWEN08_RH2000	8
4. Förklaring av vad som menas med RH 70 i detta sammanhang	11
5. Beräkning av SWEN08_RH 70	13
6. Utvärdering av noggrannheten för huvudmodellen SWEN08_RH2000	13
7. Noggrannhet för geoidmodellerna	15
8. Användning av modellerna	16
9. Beskrivning av ASCII-formaten	17
10. Kontrollpunkter	19
11. Förhållande till äldre nationella geoidmodeller	19
12. Slutord	21

Referenser	22
Bilaga 1: Geoidhöjder ur SWEN08_RH2000	23
Bilaga 2: GNSS/avvägnings-observationerna	24
Bilaga 3: GNSS/avvägningsresidualer för KTH08 transformerad med ett skift	25
Bilaga 4: Restfelsyta för SWEN08_RH2000.	26
Bilaga 5: GNSS/avvägningsresidualer för SWEN08_RH2000	27
Bilaga 6: Skillnad mellan RH 2000 och RH 70	28
Bilaga 7: SWEN05_RH2000 minus SWEN08_RH2000	29
Bilaga 8: Skillnad mellan de senaste GNSS/avvägningsobservationerna och SWEN05_RH200030	
Bilaga 9: SWEN 01L minus SWEN08_RH70	31
Bilaga 10: Skillnad mellan de senaste GNSS/avvägningsobservationerna och SWEN 01L	32
Appendix 11: Kontrollpunkter	33

Beskrivning av de nationella geoidmodellerna SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70

Sammanfattning

En geoidmodell används för att omvandla höjder över ellipsoiden till traditionella höjder över havet. De nya svenska geoidmodellerna SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70 relaterar höjden över ellipsoiden i referenssystemet SWEREF 99 och höjden över havet i höjdsystemen RH 2000 respektive RH 70.

Huvudmodellen SWEN08_RH2000 har först beräknats genom att anpassa den gravimetriska geoidmodellen KTH08 till högkvalitativa geoidhöjder bestämda med GNSS och avvägning. KTH08 har beräknats med den metod som utvecklats av Professor Lars E Sjöberg och hans grupp vid Kungliga Tekniska Högskolan (KTH) i Stockholm. Systemmodellen SWEN08_RH70 har sedan tagits fram genom att addera en noggrann modell för skillnaden mellan höjdsystemen RH 2000 och RH 70.

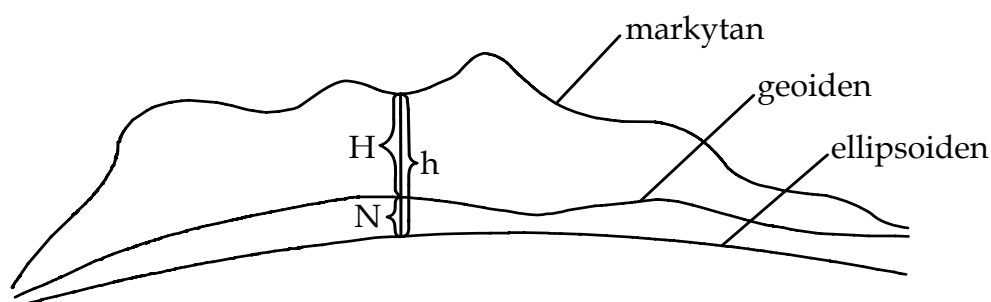
Noggrannheten för de nya modellerna är högre och mer homogen än för tidigare svenska geoidmodeller. Medelfelet har skattats till 10–15 mm över hela Sverige inklusive Gotland. I de allra högsta fjällen i nordväst och till havs är dock medelfelet högre än så, troligen runt 5–10 cm. Noggrannheten för SWEN08_RH70 är motsvarande under förutsättning att med RH 70 menas det höjdsystem som realiseras av RH 70-höjderna för stabila fixar längs precisionslinjerna i den andra precisionsavvägningen och av RHB 70-höjderna för fixarna i den tredje precisionsavvägningen.

Syftet med denna rapport är att beskriva hur de nya geoidmodellerna beräknats, presentera hur deras noggrannhet utvärderats samt redogöra för hur modellerna finns tillgängliga för användaren. Dessutom diskuteras deras relation till tidigare svenska geoidmodeller.

1. Introduktion

Idag blir det allt vanligare att satellitmetoder (GNSS-metoder) används för att bestämma positionen. De höjder som då fås är uttryckta relativt en referensellipsoid. För att omvandla höjden över ellipsoiden h till höjden över havet H måste separationen mellan dessa ytor vara känd, den så kallade geoidhöjden N ; se Ekvation (1) och Figur 1 nedan:

$$h = H + N \quad (1)$$



Figur 1: Illustration av sambandet mellan höjd över havet H , geoidhöjd N och höjd över ellipsoiden h .

En geoidmodell är en modell i rummet för geoidhöjden, som kan användas för att omvandla GNSS-mätta höjder över ellipsoiden till höjder över havet. För experten bör det här nämnas att vi i denna rapport använder termerna "höjd över havet", geoidhöjd och geoidmodell på ett förenklat sätt för vad som egentligen är normalhöjd, höjdanomali respektive kvasigeoidmodell. I det fall andra komponenter än själva geoidhöjden bakats in i modellen, till exempel korrekationer av olika slag, så är det vidare vanligt att termen höjdkorrektionsmodell används. Vi kommer inte att följa detta språkbruk i denna rapport, utan föredrar geoidhöjd och geoidmodell. Detta motiveras av att det ger en mer pedagogisk framställning, samtidigt som avvikelserna från egentliga geoidhöjder är små.

SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70 är två svenska geoidmodeller som är konstruerade för att omvandla höjder över ellipsoiden i det nationella tredimensionella referenssystemet SWEREF 99 till höjder över havet i de nationella höjdsystemen RH 2000 respektive RH 70. Modellen SWEN08_RH2000 illustreras i Bilaga 1.

Principen för beräkningen av modellerna har varit att först ta fram en optimal geoidmodell anpassad till det bästa höjdsystem vi har i Sverige, nämligen RH 2000. Därefter beräknas modellen för det sämre systemet, RH 70, genom att utnyttja en noggrant bestämd modell för

höjdsystemsskillnaden. De två geoidmodellerna bör alltså ses som en och samma modell som refererar till olika höjdsystem, vilket också indikeras av att versionsnumret (året) 08 är samma för både SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70.

Syftet med denna rapport är att beskriva hur SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70 har konstruerats, diskutera deras noggrannhet samt beskriva hur man får tag i modellerna och i vilka format de finns tillgängliga. Interpolerade geoidhöjder för kontrollpunkter finns också redovisade. Slutligen diskuteras skillnaden mellan de nya SWEN08-modellerna och de viktigaste tidigare, svenska geoidmodellerna, nämligen SWEN05_RH2000, SWEN05_RH70 och SWEN 01L.

2. Kort om olika typer av geoidbestämning

Ett sätt att bestämma geoiden är att utnyttja tyngdkraftsdata, vilket resulterar i en *gravimetrisk* geoidmodell. Ett exempel är KTH08 (se t ex. Ågren m fl. 2008 och Sjöberg 2003), som har tagits fram i samarbete mellan Kungliga Tekniska Högskolan (KTH) i Stockholm och Lantmäteriet. En gravimetrisk geoidmodell utgör en kontinuerlig representation av geoiden, men är inte direkt anpassad till svenska referenssystem.

Ett alternativt sätt att bestämma geoidhöjden är att utnyttja GNSS för att bestämma höjder över ellipsoiden h på punkter med avvägda höjder H , vilket ger geoidhöjden med hjälp av sambandet i Ekvation (1). Geoidbestämning på detta sätt från *GNSS/avvägning* resulterar enbart i geoidhöjder i enskilda punkter. Således behöver någon form av interpolationsmetod tillgripas för att få en kontinuerlig yta som möjliggör geoidbestämning också i nya punkter. Detta ger upphov till interpolations- och extrapolationsfel. En fördel med denna typ av geoidbestämning, som kan betecknas som *geometrisk*, är att geoidhöjderna är direkt anpassade för svenska förhållanden.

För att bestämma en geoidmodell för användning vid GNSS-mätning är det oftast bäst att *kombinera gravimetrisk och geometrisk geoidbestämning*. Genom att passa in den gravimetriska modellen, fås en anslutning till den ellipsoid och geoid som impliceras av de svenska referenssystemen. Genom att sedan bara interpolera skillnaden mellan geoidhöjderna bestämda med GNSS/avvägning och den inpassade gravimetriska modellen (restfelsinterpolering), kan ovan nämnda interpolations- och extrapolationsfel reduceras. Det bör även poängteras att den kombinerade metoden ger möjlighet till kontroll och utjämning av felen i de olika typerna av observationer.

För att bestämma de svenska nationella geoidmodellerna har den kombinerade metoden använts, dock bara för SWEN08_RH2000. För att få SWEN08_RH70 har istället skillnaden mellan höjdsystemen utnyttjats. Detta förfarande är optimalt eftersom RH 2000 är ett avsevärt bättre höjdsystem än RH 70, vilket innebär att det bästa resulta-

tet kan förväntas när den kombinerade geoidbestämningsmetoden används för detta system (RH 2000). Eftersom höjdsystemsskillnaden ifråga dessutom kan bestämmas med mycket hög noggrannhet, så är det fördelaktigast att hantera denna separat. Nedan beskrivs först beräkningen av huvudmodellen SWEN08_RH2000. Efter det behandlas hur SWEN08_RH70 bestämts utgående från denna.

3. Beräkning av huvudmodellen SWEN08_RH2000

För att skapa SWEN08_RH2000 har den gravimetriska geoidmodellen KTH08 anpassats till 1570 högkvalitativa GNSS/avvägningsobservationer. I samband med detta har korrektioner gjorts för de restfel som uppstår på grund av fel i den gravimetriska geoidmodellen samt i GNSS- och avvägningsobservationerna. Genom att modellera restfelen kan noggrannheten förbättras. En fara med detta är dock att mätfel, framförallt allt i de använda GNSS-höjderna, tillåts påverka geoidmodellen fullt ut. För att minska detta inflytande används en utjämnad och förhållandevis slät (smooth) restfelsmodell för SWEN08_RH2000. I ett område med tätt liggande GNSS/avvägningsgeoidhöjder passar därför inte geoidmodellen exakt, utan små avvikelser kvarstår. Eftersom SWEN08_RH2000 utjämnar mätfelen i alla ingående komponenter, kan den dock förväntas vara mer optimal än en modell som passar exakt i alla givna GNSS/avvägningspunkter. Låt oss nu beskriva beräkningen mer i detalj.

Den gravimetriska modellen KTH08 har tagits fram enligt den metod som utvecklats av Professor Lars E Sjöberg och hans grupp vid KTH i Stockholm; se Sjöberg (2003) och Ågren m fl. (2008) samt de referenser som ges i dessa artiklar. Arbetet har utförts som ett samarbete mellan KTH och Lantmäteriet. Modellen har beräknats utgående från tyngdkraftsdata över Sverige med omgivningar samt från observationer från så kallade tyngdkraftssatelliter (GRACE). KTH08 har visat sig klart bättre än de nordiska gravimetriska modeller som tidigare användes för de nationella modellerna i Sverige; se vidare Avsnitt 11. Exempelvis så utnyttjades NKG2004 (Forsberg m fl. 2004) för SWEN05_RH2000. Läsaren hänvisas till Ågren m fl. (2008) för en detaljerad genomgång av KTH08 och för en jämförelse med NKG2004.

Den gravimetriska modellen (KTH08) har sedan korrigerats för att olika permanenta tidjordssystem används för de olika komponenterna (Ekman 1989) och för landhöjningens inverkan, dvs. för det faktum att KTH08, RH 2000 och SWEREF 99 har olika landhöjnings-epoker. Landhöjningsmodellen NKG2005LU (Ågren och Svensson 2007) användes i detta steg. När KTH08 nämns nedan, förutsätter vi att dessa korrektioner applicerats, även fast det inte alltid nämns explicit.

Den landhöjnings- och tidjordskorrigerade KTH08-modellen har sedan anpassats till de 1570 GNSS/avvägningsobservationerna, som täcker hela landet på ett väldigt homogent sätt; se Bilaga 2. Observationerna kan indelas i tre klasser beroende på hur GNSS-höjderna bestämts. RIX 95-punkterna och de flesta av SWEREF-punkterna har mätts in i det nu avslutade RIX 95-projektet. Punkterna är antingen fixar i tredje precisionsavvägningen eller befinner sig nära sådana fixar och har anslutits med noggrann finavvägning. GNSS/avvägningsobservationerna samt deras ungefärliga medelfel sammanfattas i Tabell 1. I beräkningarna har observationerna viktats med apriorimedelfelen 10, 14 och 21 mm för de tre respektive klasserna.

Tabell 1: GNSS/avvägningsobservationerna med approximativa medelfel.

Punkt	#	Kort beskrivning	Appr. Medelfel (mm)		
			GPS höjd	Avv. höjd	Geoid-höjd
SWEPOS	25	Permanenta GNSS stationer. 21 av dessa definierar SWEREF 99 (Jivall 2001)	5-10	5-10	7-14
SWEREF	181	Bestämda relativt SWEPOS med 48 timmars obs, DM T antenner och Bernprogrammet	10-20	5-10	11-22
RIX 95	1364	Förtätning av ovanstående med statisk GPS och 0.5-1.0 timmars obs. per session. Nätverksutjämning,	15-30	5-10	16-32
Totalt :		1570			

I ett första steg skattades ett skift mellan geoidhöjderna ur GNSS/avvägning och den korrigerade gravimetriska modellen KTH08. Residualerna, definierade som skillnaden mellan GNSS/avvägningsgeoidhöjderna och KTH08 efter 1-parametertransformation, illustreras i Bilaga 3. Motsvarande statistik presenteras i Tabell 2.

Tabell 2: Statistik för GNSS/avvägningsresidualerna för KTH08 transformerad med ett skift. Enhet: m.

Punkter	#	Min	Max	Medel	Medelfel	RMS
SWEPOS	25	-0.056	0.021	-0.003	0.018	0.018
SWEREF	181	-0.071	0.057	-0.006	0.022	0.023
RIX 95	1364	-0.086	0.071	0.001	0.024	0.024
Alla	1570	-0.086	0.071	0.000	0.024	0.024

Min, Max och Medel i Tabell 2 är självförklarande. Medelfelet är ett mått på spridningen runt medelvärdet och beräknas från residualerna ε_i med

$$\text{Medelfel} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{n-1}} \quad (2)$$

där $\bar{\varepsilon}$ är medelvärdet för residualerna och n är antalet residualer. RMS (Root Mean Square) är ett mått på variationen runt noll och beräknas enligt

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}} \quad (3)$$

Som synes så passar KTH08 mycket bra på GNSS/avvägning. Om vi tar i beaktande att GNSS och avvägning också är behäftade med fel (se Tabell 1), så fås ett medelfel någonstans runt 15 mm för KTH08 (transformerad med ett skift). Det är dock klart residualerna i Bilaga 3 visar en klar och tydlig systematik i flera områden. Resultatet borde således kunna förbättras genom att modellera residualerna (eller restfelen) och addera den erhållna *restfelsytan*. Den interpolationsmetod som användes för att beräkna ytan är kollokation med individuell viktning av observationerna. Kovariansfunktionen valdes genom kovariansanalys av GNSS/avvägningsresidualerna. På grund av de antagna apriorimedelfelen för GNSS och avvägning, fås en jämn (smooth) restfelsyta som inte passar exakt på GNSS/avvägningsobservationerna, men som kan förväntas mer optimal än om den hade gjort det. Restfelsytan visas i Bilaga 4.

SWEN08_RH2000 är resultatet efter att restfelsytan adderats. Detta innebär att SWEN08_RH2000 har beräknats enligt

$$\text{SWEN08_RH2000} = \text{KTH08} + \text{Korr. landhöjning/tidjord} + \text{Skift} + \text{Restfelsyta} \quad (4)$$

GNSS/avvägningsresidualerna för SWEN08_RH2000 illustreras i Bilaga 5. Statistik finns i Tabell 3.

Tabell 3: Statistik för GNSS/avvägningsresidualerna för SWEN08_RH2000. Enhet: m.

Punkter	#	Min	Max	Medel	Medelfel	RMS
SWEPOS	25	-0.018	0.023	-0.005	0.009	0.010
SWEREF	181	-0.021	0.019	-0.002	0.008	0.008
RIX 95	1364	-0.038	0.047	0.001	0.011	0.011
Alla	1570	-0.038	0.047	0.000	0.011	0.011

Det är tydligt att den systematik som fanns i Bilaga 3 nu nästan helt försvunnit. Noggrannheten för SWEN08_RH2000 diskuteras vidare i Avsnitt 6 och 7.

4. Förklaring av vad som menas med RH 70 i detta sammanhang

Som nämndes ovan har SWEN08_RH70 beräknats från huvudmodellen SWEN08_RH2000 genom att utnyttja skillnaden mellan RH 2000 och RH 70. För att beskriva hur detta har gjorts är det viktigt att först förklara exakt vad som här menas med RH 70.

Höjdsystemet RH 70 är resultatet av den andra precisionsavvägningen 1951–1967. Det definieras av höjderna för fixarna i det glesa precisionslinjenät som illustreras i Figur 2. Eftersom detta nät inte var tillräckligt yttäckande för den allmänna kartläggningen, så förtätades slingorna genom att ansluta mätningar från den äldre så kallade linjeavvägningen, vilka var av betydligt sämre kvalitet. Tyvärr har många av de resulterande linjeavvägningshöjderna spridits som "sanna" RH 70 höjder, trots att de egentligen bara är resultatet av en förhållandevis dålig förtätning som gjordes för ett specifikt ändamål (den allmänna kartläggningen). Det har visat sig att variationer på decimeternivå inte är ovanliga mellan närliggande linjeavvägningspunkter.

Höjdsystemet RH 2000 är resultatet av den tredje precisionsavvägningen som pågick mellan 1979 och 2003. Nätet består av ungefär 50 000 fixar och är mycket tätare och homogenera än förut; se Figur 2. De resulterande höjderna är också av signifikant högre kvalitet, även jämfört med RH 70-höjderna längs precisionslinjerna (andra precisionsavvägningen). Under tiden som arbetet med den tredje precisionsavvägningen fortgick, så beräknades successivt nya RH 70 höjder på alla ingående fixar. Detta gjordes genom att hålla höjderna längs de äldre precisionslinjerna fasta. På så sätt fick man en mycket bättre förtätning av RH 70 än vad som åstadkommits med hjälp av linjeavvägningen. Dessutom beräknades nya höjder för de fixar längs precisionslinjerna som man med säkerhet kunde konstatera ha rört på sig.

För att indikera att de nya RH 70-höjderna beräknats med hjälp av observationer från den tredje precisionsavvägningen används beteckningen RHB 70. Det bör dock observeras att det här egentligen är frågan om en (mycket bra) förtätning av höjdsystemet RH 70 och inte om ett nytt höjdsystem.



Figur 2: Den andra och tredje precisionsavvägningen. De "högsta fjällen i nordväst" är markerade med den röda ellipsen.

Vad menar vi då med RH 70 i detta sammanhang? Jo, det höjdsystem som realiserar av

- RH 70-höjderna för stabila fixar längs precisionslinjerna i den andra precisionsavvägningen och
- RHB 70-höjderna för fixarna i den tredje precisionsavvägningen.

Eftersom den gamla linjeavvägningsförtätningen är av så undermålig kvalitet, så är det inte meningsfullt att anpassa en geoid- eller höjdskillnadsmodell till motsvarande höjder.

5. Beräkning av SWEN08_RH 70

SWEN08_RH70 har beräknats från SWEN08_RH2000 genom att addera skillnaden mellan RH 2000 och RH 70 (enligt definitionen ovan). Denna skillnad har modellerats i ett rutnät eller grid (dvs. skillnaden har griddats) genom att utnyttja 49259 höjdsystemskillnader på fixar i riksavvägningen. För att minska interpolations- och extrapolationsfelen har skillnaden mellan höjdsystemen först reducerats för alla kända effekter, exempelvis för landhöjningens inverkan under 30 år och för skillnaden i permanent tidjordssystem. Den reducerade skillnaden har sedan griddats genom att använda exakt invers avståndsinterpolation på fastlandet och kollokation (Kriging) på Gotland. Slutligen har de borttagna effekterna lagts tillbaka, vilket resulterar i den slutgiltiga modellen för höjdsystemskillnaden, som illustreras i Bilaga 6. Modellen är tillräckligt bra för att SWEN08_RH70 ska kunna anses vara lika noggrann som SWEN08_RH2000. Observera dock att RH 70 är ett signifikant sämre höjdsystem jämfört med RH 2000 och att definitionen av RH 70 i Avsnitt 4 förutsätts. Det faktum att RH 70 är ett äldre system som inte ajourhålls gör också att osäkerheten blir större för detta system jämfört med RH 2000.

6. Utvärdering av noggrannheten för huvudmodellen SWEN08_RH2000

Det bör först poängteras att residualerna i Bilaga 5 och Tabell 3 inte utgör något bra mått på den verkliga noggrannheten. Eftersom de 1570 geoidhöjderna från GNSS/avvägning använts för själva restfelsmodelleringen är det klart att residualerna är helt och hållet beroende av den interpolationsmetod som använts. Skulle en exakt metod ha använts, till exempel linjär interpolation i Delaunaytrianglar, skulle avvikelserna ha blivit noll (per definition). Detta innebär naturligtvis inte att motsvarande geoidmodell är perfekt. Visserligen har kollokation använts med en realistisk kovariansfunktion och med realistiska apriorimedelfel, men denna metod bygger också på en rad antaganden, som inte nödvändigtvis är uppfyllda. Till exempel förutsätts att mätfelen är okorrelerade, vilket definitivt inte är sant. Vi avstår därför också från att studera de medelfel som skattas med kollokation.

För att utvärdera noggrannheten för SWEN08_RH2000 har tre andra metoder använts. Den *första* är att studera residualerna från inpassningen av KTH08 på GNSS/avvägning; se Tabell 2 och Bilaga 3. Eftersom KTH08 har beräknats helt utan att utnyttja någon form av GNSS/avvägning, så ger detta en god uppfattning om den relativa noggrannheten för KTH08 inom Sverige. Eftersom SWEN08_RH2000 har beräknats genom att förbättra KTH08 med restfelsytan i Bilaga 4 (jmf. Ekvation 4), så är det mycket sannolikt att noggrannheten för

SWEN08_RH2000 är bättre än för KTH08. Från Tabell 1 och 2 samt medelfelet fortplantningslag följer att medelfelet för KTH08 (transformerad med ett skift) ligger runt 15 mm. Detta innebär att medelfelet för SWEN08_RH2000 är lägre än 15 mm på Sveriges fastland och på Gotland.

Den *andra* metoden är att utnyttja *korsvalidering*. Detta innebär att en GNSS/avvägningsobservation först utesluts. En geoidmodell beräknas därefter med hjälp av de återstående 1569 observationerna. Därefter jämförs den uteslutna observationen med vad som skattas ur modellen. I nästa steg läggs den första observationen tillbaka och nästa utesluts. En ny geoidmodell beräknas, vilket ger en ny avvikelse. Detta korsvalideringsförfarande upprepas tills dess alla 1570 observationer uteslutits, en i taget. Genom att studera skillnaden mellan skattningarna och de givna geoidhöjderna från GNSS/avvägning (observationerna), fås ett realistiskt mått på noggrannheten över korta avstånd (ca 5–20 km). De uteslutna observationerna är ju inte med och påverkar de motsvarande geoidmodellerna. För SWEN08_RH2000 är medelfelet för de 1570 korsvalideringsresidualerna 11 mm. Beroende på vilket medelfel som antas för GNSS/avvägning över dessa avstånd, så fås olika medelfel för geoidhöjden. Rimligt att säga är väl att korsvalideringen visar att det relativa medelfelet för SWEN08_RH2000 ligger någonstans i intervallet 5–10 mm över de korta avstånden ifråga (5–20 km).

Den *tredje* metoden för att utvärdera noggrannheten är att använda sig av noggranna testpunkter. För detta ändamål plockades 51 nymätta SWEREF-punkter (jmf Tabell 1) ut från de 1570 GNSS/avvägningsobservationerna. De återstående 1519 observationerna användes sedan för att göra en geoidmodell med exakt samma metod som för SWEN08_RH2000. Testpunkterna är jämnt fördelade över landet. De mättes samtliga under 2007 med den noggranna GNSS-metodik som har använts för alla SWEREF-punkter. Detta innebär 48 timmars observationer med Dorne Margolin T antenn samt efterberäkning relativt SWEPOS med Bernprogrammet. I dagsläget (2008) är denna teknik "state-of-the-art" när det gäller noggrann punktbestämning mot SWEPOS. Testpunkterna har också bestämts helt oberoende av de övriga SWEREF- och RIX 95-punkterna (se Tabell 1), vilket gör dem extra lämpliga för utvärdering. De har alltså inte varit fasta vid beräkningen av RIX 95-punkterna, vilket övriga SWEREF-punkter har. Statistik för avvikelsen mellan testpunkternas GNSS/avvägning och den geoidmodell som beräknats utan testpunkterna presenteras i Tabell 4.

Tabell 4: Statistik för skillnaden mellan de 51 testpunkternas geoidhöjder från GNSS/avvägning och den geoidmodell som beräknats utan testpunkterna. Enhet: m.

#	Min	Max	Medel	Medelfel	RMS
51	-0.031	0.029	-0.004	0.013	0.013

Som synes så är avvikelserna i testpunkterna små, särskilt om man betänker de ungefärliga medelfelen för SWEREF-punkter i Tabell 1. Enligt denna utvärdering så ligger medelfelet för SWEN08_RH2000 alltså runt 10 mm, eller till och med bättre beroende på antaget medelfel för testpunkternas GNSS/avvägning.

7. Noggrannhet för geoidmodellerna

Med stöd av ovanstående undersökningar är det rimligt att skatta **medelfelet för en geoidhöjd ur SWEN08_RH2000 till 10–15 mm i hela landet**, utom i de högsta fjällen i nordväst där tredje precisionsavvägningen inte dragit fram; se Figur 2. Noggrannheten där och till havs beror helt och hållet på KTH08 eftersom inga GNSS/avvägningsobservationer finns tillgängliga. Då tyngdkraftsobservationerna är färre och sämre i dessa områden än på Sveriges fastland och Gotland, så är det rimligt att anta att medelfelet i de högsta fjällen i nordväst och till havs inte är bättre än 5–10 cm. Detta är dock osäkert och behöver utredas vidare.

Låt oss här påpeka att dessa noggrannhetsangivelser är uttryckta som *medelfel*, där "medel" ska förstås i geografisk mening. Eftersom felet ifråga är så gott som normalfördelade, så innebär det att för 68 % av ytan så är felet mindre än 1*medelfelet (1 sigma), för 95 % av ytan är de mindre än 2*medelfelet (2 sigma), osv. Det är alltså inga maximala fel som redovisas.

Medelfelen ovan utgör ett mått på noggrannheten för geoidmodellen. Vid höjdbestämning med GNSS tillkommer dessutom osäkerheten i själva höjdbestämningen. Från Ekvationerna (1) och medelfelet fortplantningslag följer att

$$\sigma_H = \sqrt{\sigma_{GNSS}^2 + \sigma_{geoidmodell}^2} \quad (5)$$

där σ_{GNSS} är medelfelet för den mätta GNSS-höjden över ellipsoiden och σ_H är medelfelet för den konverterade höjden över havet. För Nätverks-RTK mot SWEPOS (se exempelvis Johansson och Persson 2008; Johnsson och Wallerström 2007), så innebär det till exempel att

$$\sigma_{\text{GNSS}} = 20 - 25 \text{ mm}, \sigma_{\text{SWEN08_RH2000}} = 10 - 15 \text{ mm} \Rightarrow \sigma_H = 22 - 29 \text{ mm}$$

Hur är det då med noggrannheten för geoidhöjderna i SWEN08_RH70? Som nämntes ovan så är den beräknade höjdsystemsskillnadsmodellen tillräckligt bra över hela fastlandet för att noggrannheten ska kunna anses vara jämförbar med SWEN08_RH2000. **Ovanstående skattningar gäller alltså också för SWEN08_RH70.** Det bör dock **understrykas** att noggrannhetsangivelserna för SWEN08_RH70 bara gäller för RH 70 definierat enligt ovan, dvs. för det höjdsystem som realiserar av höjderna för precisionslinjerna i den andra precisionsavvägningen och för RHB 70 höjderna på fixarna i den tredje precisionsavvägningen. Är det så att användaren jobbar med höjder från linjeavvägningsförtätningen (se Avsnitt 4), så kommer naturligtvis inte denna höga noggrannhet att uppnås. Det bör vidare återigen påpekas att RH 70 är ett äldre höjdsystem som inte ajourhålls på samma sätt som RH 2000. Detta innebär också att situationen blir mer osäker för SWEN08_RH70.

8. Användning av modellerna

SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70 representeras av geoidhöjder i ett rutnät (grid) som sträcker sig från 54° till 70° i latitud och från 10° till 25° i longitud. Avståndet mellan punkterna är 0.02° i latitudled vilket svarar mot ca 2.2 km på marken. I longitudled är differensen 0.04°. På grund av att meridianerna strålar samman vid nordpolen kommer longituddifferensen svara mot ett avstånd som varierar från dryga 2.6 km i sydligaste Sverige till ca 1.5 km i den nordligaste delen av landet. Totalt omfattar rutnätet 801 rader med 376 geoidhöjder per rad och rutnätets latituder och longituder är uttryckta i SWE-REF 99. Geoidhöjden för en godtycklig punkt beräknas genom bilinjär interpolation från de fyra närmaste punkterna i rutnätet. För att konvertera den mätta höjden över ellipsoiden i SWEREF 99 till en transformerad höjd i RH 2000 respektive RH 70 används därefter följande varianter av Ekvation (1):

$$H_{\text{RH 2000}} = h_{\text{SWEREF 99}} - N_{\text{SWEN08_RH2000}} \quad (6)$$

$$H_{\text{RH 70}} = h_{\text{SWEREF 99}} - N_{\text{SWEN08_RH70}} \quad (7)$$

I praktiken används modellerna genom att låta den programvara som används interpolera i rutnätet. Vid realtidsmätning med GNSS-teknik, så läggs modellerna in i fältutrustningen, vilket möjliggör att höjden över havet fås direkt ute i fält. För att detta ska fungera

behöver geoidmodellerna vara i det speciella format som programvaran ifråga kräver.

Det är dock omöjligt för Lantmäteriet att konvertera om geoidmodellerna till alla tänkbara gridformat. Lantmäteriet gör därför bara modellerna tillgängliga i följande tre filformat:

- En ASCII-fil (*.txt) i det så kallade GRAVSOF-formatet (Forsberg 2003).
- En ASCII-fil (*.dat) med ett rutnätsvärde per rad tillsammans med dess latitud och longitud.
- En binärfil (*.grd) för programmet GTRANS.

Dessa filer kan laddas hem från Lantmäteriets hemsida. Gå in på <http://www.lantmateriet.se/geodesi>, välj *Referenssystem*, därefter *Geoiden* och slutligen *Geoidmodeller* under *Näraliggande information*. På denna sida finns även möjlighet för instrument- och programvaruleverantörer att publicera egna filformat.

För att få modellerna i ett godtyckligt annat format, rekommenderas att något av ASCII-formaten konverteras om, till exempel genom att skriva ett eget litet program. För detta ändamål förklaras vi i nästa avsnitt ASCII-formaten i detalj. Kontrollpunkterna i Avsnitt 10 och Appendix 11 kan sedan användas för att kontrollera att konverteringen blivit utförd på rätt sätt. Lantmäteriet rekommenderar användaren att höra av sig till sin instrument- eller programvaruleverantör för hjälp med denna konvertering.

9. Beskrivning av ASCII-formaten

Som nämndes ovan, så representeras geoidmodellerna av geoidhöjder i ett regelbundet grid. Dessa finns tillgängliga antingen i binär form eller i två ASCII-format. I detta avsnitt förklaras hur ASCII-formaten är uppbyggda. Vi börjar med GRAVSOF-formatet.

De första tio raderna av filen för SWEN08_RH2000 visas i Tabell 5.

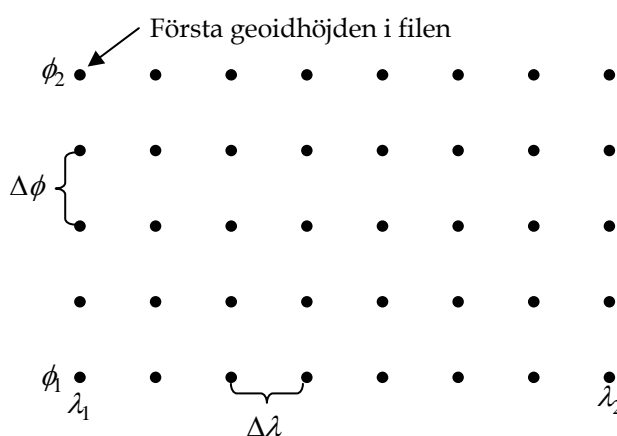
Tabell 5: De tio första raderna av ASCII-filen i GRAVSOF-format för SWEN08_RH2000.

54.00000000	70.00000000	10.00000000	25.00000000	0.0200000000	0.0400000000		
41.6213	41.5820	41.5441	41.5080	41.4729	41.4387	41.4047	41.3708
41.3367	41.3023	41.2673	41.2318	41.1960	41.1599	41.1232	41.0863
41.0493	41.0124	40.9755	40.9383	40.9011	40.8642	40.8275	40.7908
40.7539	40.7174	40.6806	40.6441	40.6076	40.5710	40.5348	40.4983
40.4622	40.4266	40.3919	40.3583	40.3259	40.2952	40.2658	40.2373
40.2099	40.1832	40.1573	40.1314	40.1056	40.0800	40.0543	40.0287
40.0028	39.9777	39.9534	39.9293	39.9061	39.8835	39.8616	39.8406
39.8200	39.8002	39.7806	39.7607	39.7404	39.7193	39.6977	39.6754
39.6529	39.6308	39.6085	39.5865	39.5644	39.5425	39.5208	39.4984

De sex första talen definierar själva rutnätet. Därefter följer geoidhöjderna på samma sätt som vi läser en bok i Sverige, dvs. radvis från nord till syd. Den första geoidhöjden (41.6213) refererar till rutnätets nordvästra hörn (högst upp till vänster), medan det sista värdet i fi-

len refererar till geoidhöjden för det sydöstra hörnet (längst ned till höger). Det enda kravet på hur geoidhöjderna lagras i filen är att de ska börja på en ny rad varje gång de börjar på en ny latitud i verkligheten.

Definitionen av rutnätet överst i filen innehåller som sagt sex tal, vilka brukar betecknas som ϕ_1 , ϕ_2 , λ_1 , λ_2 , $\Delta\phi$, $\Delta\lambda$. De två första värdena (ϕ_1 och ϕ_2) anger de minsta respektive största värdena för de geodetiska latituderna i SWEREF 99 för geoidhöjdpunkterna i rutnätet. På samma sätt anger λ_1 och λ_2 de minsta respektive största longituderna. De två sista värdena ($\Delta\phi$ och $\Delta\lambda$) anger avståndet mellan punkterna i latitud- respektive longitudled. Principen illustreras i Figur 3 nedan.



Figur 3: Illustration av principen för definitionen av ett GRAVSOFTE ASCII-grid

Det radvisa ASCII-formatet är mer självförklarande. På varje rad finns latitud, longitud och geoidhöjd för en rutnätspunkt. Ordningen är den samma som för GRAVSOFTE-formatet, dvs. start i övre vänstra hörnet och sedan radvis från nord till syd; se ovan. Formatet exemplifieras i Tabell 6. Jämför denna med Tabell 5.

Tabell 6: De tio första raderna av ASCII-filen i det radvisa formatet för SWEN08_RH2000.

70.00000000	10.00000000	41.6213
70.00000000	10.04000000	41.5820
70.00000000	10.08000000	41.5441
70.00000000	10.12000000	41.5080
70.00000000	10.16000000	41.4729
70.00000000	10.20000000	41.4387
70.00000000	10.24000000	41.4047
70.00000000	10.28000000	41.3708
70.00000000	10.32000000	41.3367
70.00000000	10.36000000	41.3023

10. Kontrollpunkter

Givet en GNSS-mätt punkt med positionen latitud $60^{\circ} 06' 39''$, longitud $16^{\circ} 05' 32''$ och höjd över ellipsoiden 177.538 m. Alla värden uttryckta relativt GRS 80-ellipsoiden i SWEREF 99.

Interpolation i rutnätet för SWEN08_RH2000 ger geoidhöjden 27.219 m Höjden över havet i RH 2000 blir därmed $177.538 - 27.219 = 150.319$ m.

Med hjälp av SWEN08_RH70 fås geoidhöjden 27.417 m. Höjden över havet i RH 70 blir därmed $177.538 - 27.417 = 150.121$ m.

Fler kontrollpunkter finns i Appendix 11.

11. Förhållande till äldre nationella geoidmodeller

Lantmäteriet har publicerat ett antal geoidmodeller sedan början av 1990-talet. Anledningen till att nya modeller introduceras är att det gradvis blivit möjligt att beräkna bättre och bättre modeller, vilket beror dels på att mer data successivt hunnit mätas in, dels på att beräkningsmetoderna förfinats. En översikt av alla tidigare geoidmodeller finns i Tabell 7.

Tabell 7: Äldre geoidmodeller publicerade av Lantmäteriet.

Beteckning	Beskrivning	Ellipsoid
SWEN05_RH2000	Den nordiska geoidmodellen NKG2004 anpassad till SWEREF 99 och RH 2000. Restfels- och landhöjningskorrigerad.	GRS 80
SWEN05_RH70	Den nordiska geoidmodellen NKG2004 anpassad till SWEREF 99 och RH 70. Restfels- och landhöjningskorrigerad.	GRS 80
SWEN 05LR	Tidigare namn på SWEN05_RH2000	GRS 80
SWEN 01L	Den nordiska modellen NKG 96 inpassad på SWEREF 99 och RH 70. Landhöjningskorrigerad.	GRS 80
SWEN 98L	Den nordiska modellen NKG96 inpassad på SWEREF 93 och RH 70. Landhöjningskorrigerad.	GRS 80
RN 92	Den nordiska modellen NKG89 omräknad till Bessels ellipsoid för interpolation med lat/long. i RT 90. Anpassad till SWEREF 93 och RH 70.	Bessel

Lantmäteriet rekommenderar att den senaste modellen används, vilket för tillfället innebär SWEN08_RH2000 eller SWEN08_RH70 (beroende på höjdsystem). Det medför naturligtvis en del jobb att byta geoidmodell. Det bör också observeras att förbättringarna av modellerna innebär att nymätta höjder inte alltid blir kompatibla med äldre höjder överräknade med en annan geoidmodell. Vinsten med att få en förbättrad modell anses dock väga upp sådana olägenheter. För att överbrygga problemet med kompatibilitet, så rekommenderas att höjden över ellipsoiden alltid sparas, eller att använd geoidmodell lagras, så att man har möjlighet att transformera höjderna om en bättre modell skulle bli tillgänglig.

Låt oss nu titta på skillnaden mellan SWEN08-modellerna och de äldre modeller som är anpassade till SWEREF 99. Vi börjar med att jämföra SWEN08_RH2000 med föregångaren **SWEN05_RH2000** (Ågren m fl. 2006), som först kallades för SWEN 05LR innan den döptes om till SWEN05_RH2000. De största skillnaderna här är att de bygger på olika gravimetriska modeller (KTH08 respektive NKG 2004) och att olika mycket GNSS/avvägningsobservationer använts. När SWEN05_RH2000 togs fram fanns inte dylika observationer i den västra halvan av landet från Dalarna och norrut. Skillnaden mellan modellerna illustreras i Bilaga 7, i vilken 1 cm ekvidistans används för nivåkurvorna. Notera att 0 cm-kurvan tagits bort, så att det största ljusgröna området betecknar en skillnad inom ± 1 cm. En utvärdering med de senaste GNSS/avvägningsobservationerna (de som användes för att beräkna SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70) finns i Bilaga 8.

Genom att studera Bilagorna 5, 7 och 8 inses att SWEN08_RH2000 är avsevärt bättre än SWEN05_RH2000 i den norra hälften av landet. SWEN05_RH2000 är framförallt riktigt dålig i Härjedalen och Jämtland, vilket beror på att ingen GNSS/avvägning fanns tillgänglig där när SWEN05_RH2000 togs fram och på att NKG 2004 oturligt nog samtidigt är dålig i just detta område. Felen uppgår här till 5–10 cm. I södra Sverige är de två modellerna rätt så jämförbara. Skillnaderna ligger inom ± 1 cm nästan överallt. Av en rad skäl bör dock SWEN08_RH2000 vara lite vassare även här. En annan sak som kan ses i Bilagorna 7 och 8 är att SWEN05_RH2000 faktiskt passar bra på Gotland, trots att RH 2000 inte fanns etablerat där när denna modell beräknades.

Resultaten för **SWEN05_RH70** i förhållande till SWEN08_RH70 är nästan identiska med resultaten för huvudmodellerna i Bilagorna 6 och 7. Detta beror på att den höjdsystemskillnadsmodell som använts är väldigt noggrann. Vi avstår från plottning i detta fall. Dessa figurer ser nästan så gott som likadana ut som de i Bilaga 7 och 8.

Modellen **SWEN 01L** är en äldre modell som relaterar SWEREF 99 och RH 70. Den bygger på den tidiga gravimetriska modellen NKG 96 och innehåller ingen restfelsrepresentation. Tanken från Lantmäteriet var vid den här tidpunkten att användaren själv skulle göra sin restfelsinterpolation där så var möjligt.

Skillnaden mellan SWEN 01L och SWEN08_RH70 illustreras i Bilaga 9, emedan skillnaden mellan dagens GNSS/avvägning (med höjden över havet i RH 70) och SWEN 01L presenteras i Bilaga 10. Exakt samma ekvidistans och skala som tidigare används i dessa figurer. Det är uppenbart att felen för SWEN 01L är stora. Detta beror dels på att ingen restfelsyta adderats, dels på rejäla brister i den använda gravimetriska modellen (NKG 96). I Bilaga 9 kan det också ses att ett antal riktigt stora avvikelser finns, till exempel i Halland, öster om Storsjön och långt upp i norr. Slutsatsen blir att SWEN 01L numer bör undvikas.

12. Slutord

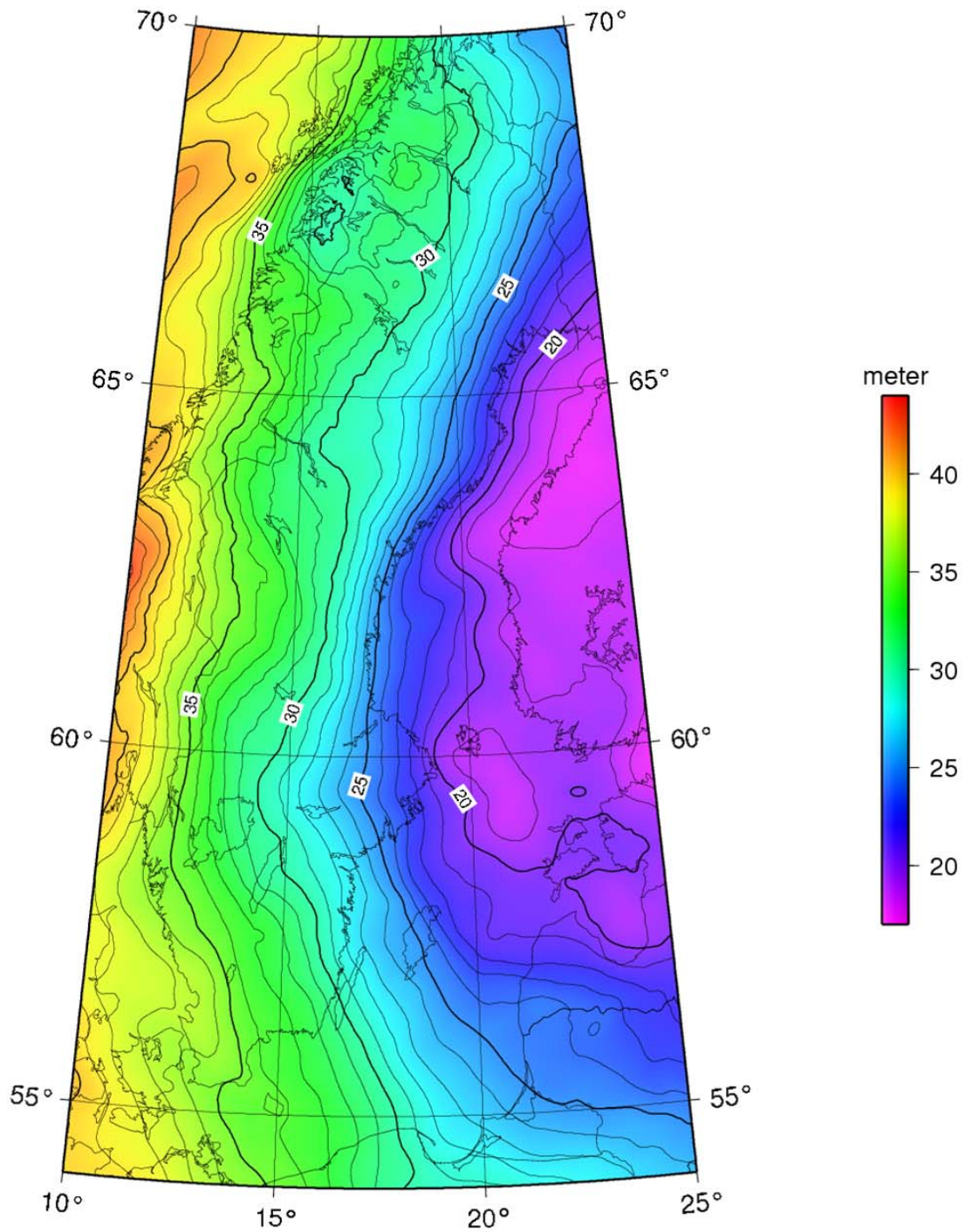
SWEN08_RH2000 och SWEN08_RH70 är två nya geoidmodeller över Sverige. Modellerna har beräknats med en förbättrad gravimetrisk modell (KTH08) och med högkvalitativ GNSS/avvägning täckande hela landet. Båda dessa faktorer har gjort att medelfelet nu, enligt de gjorda skattningarna, är så lågt som 10–15 mm homogent över hela landet (utom i de högsta fjällen i nordväst där inget höjdsystem finns realiserat och till havs, där medelfelet troligen är 5–10 cm).

Lantmäteriet har inte för avsikt att släppa fler geoidmodeller förrän signifikanta förbättringar åstadkommits. På fastlandet (inkl. Gotland) är det med stor sannolikhet bara frågan om små förbättringar, vilket inte motiverar någon ny modell. Signifikanta framsteg förväntas i de högsta fjällen i nordväst och till havs (längs Västkusten och i Östersjön), men inte de närmaste åren.

Referenser

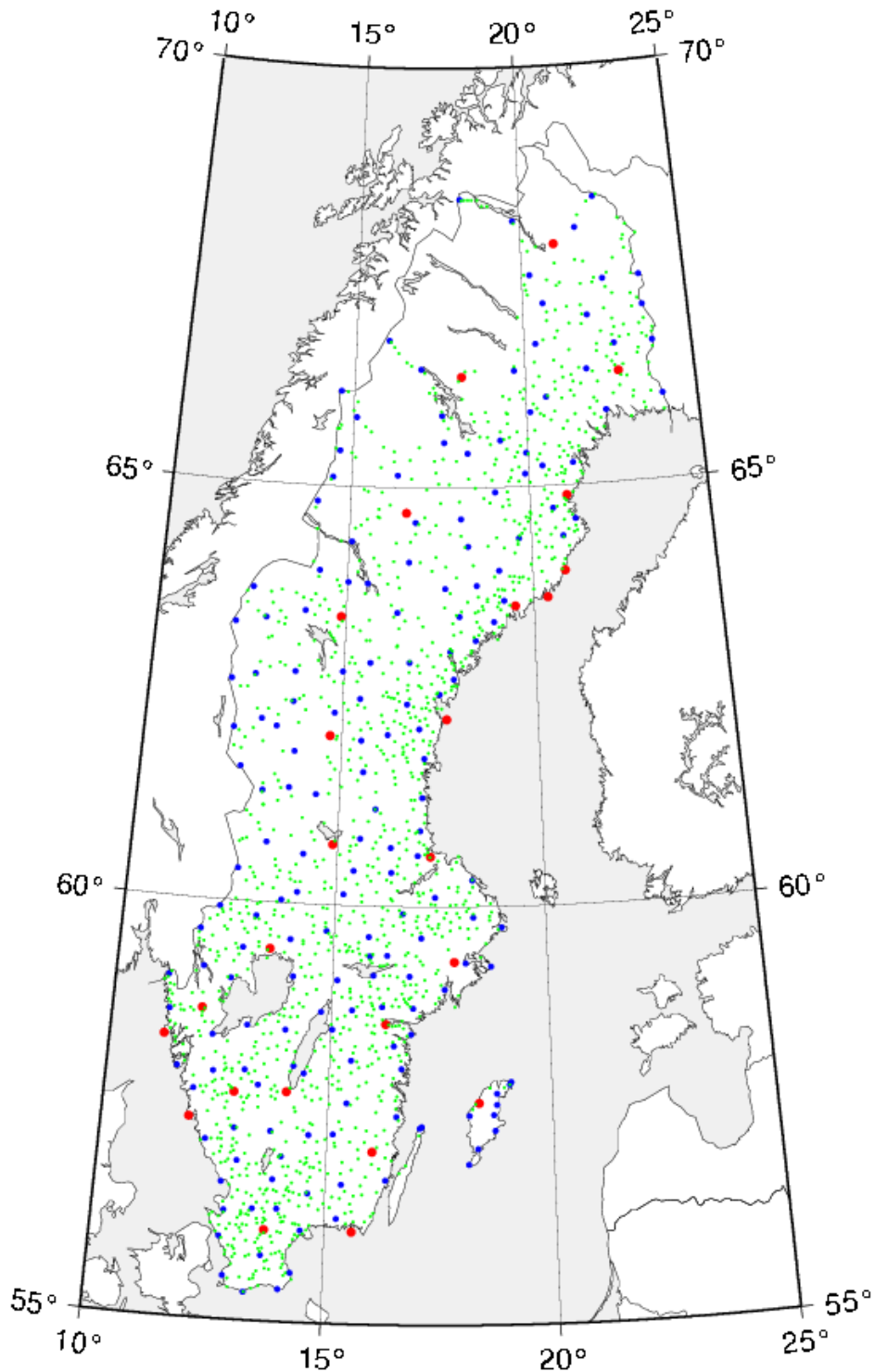
- Ekman M (1989) Impacts of geodynamic phenomena on systems for height and gravity. *Bull. Géod.* 63: pp. 281–296.
- Forsberg R (2003) An Overview Manual for the GRAVSOFTE Geodetic Gravity Field Modelling Programs. Draft – 1st edition. Kort & Matrikelstyrelsen, Köpenhamn, Danmark.
- Forsberg R, Strykowski G, Solheim D (2004) NKG-2004 Geoid of the Nordic and Baltic Area. Proceedings on CD-ROM from the International Association of Geodesy Conference "Gravity, Geoid and Satellite Gravity Missions", Aug 30 – Sep 3, 2004, Porto, Portugal.
- Johansson D, Persson S (2008) Kommunikationsalternativ för nätverks-RTK – virtuell referensstation kontra nätverksmeddelande. LMV-Rapport 2008:4, Gävle. Tillgänglig från <http://www.lantmateriet.se/geodesi>.
- Johnsson F, Wallerström M (2007) En nätverks-RTK-jämförelse mellan GPS och GPS/GLONASS. LMV-Rapport 2007:1. Tillgänglig från <http://www.lantmateriet.se/geodesi>.
- Sjöberg L E (2003) A computational scheme to model the geoid by the modified Stokes' formula without gravity reductions. *J Geod* 77: 423–432.
- Ågren, J Svensson R, Lilje M (2006) SWEN 05LR – en ny nationell geoidmodell, SINUS, Nr 1, 2006.
- Ågren J, Svensson R (2007) Postglacial Land Uplift Model and System Definition for the new Swedish Height System RH 2000. LMV-rapport 2007:4, Gävle. Tillgänglig från <http://www.lantmateriet.se/geodesi>.
- Ågren J, Kiamehr R, Sjöberg L E (2008) Computation of a New Gravimetric Model over Sweden Using the KTH method. FIG Working Week 2008, June 14–19, Proceedings, Stockholm.

Bilaga 1: Geoidhöjder ur SWEN08_RH2000



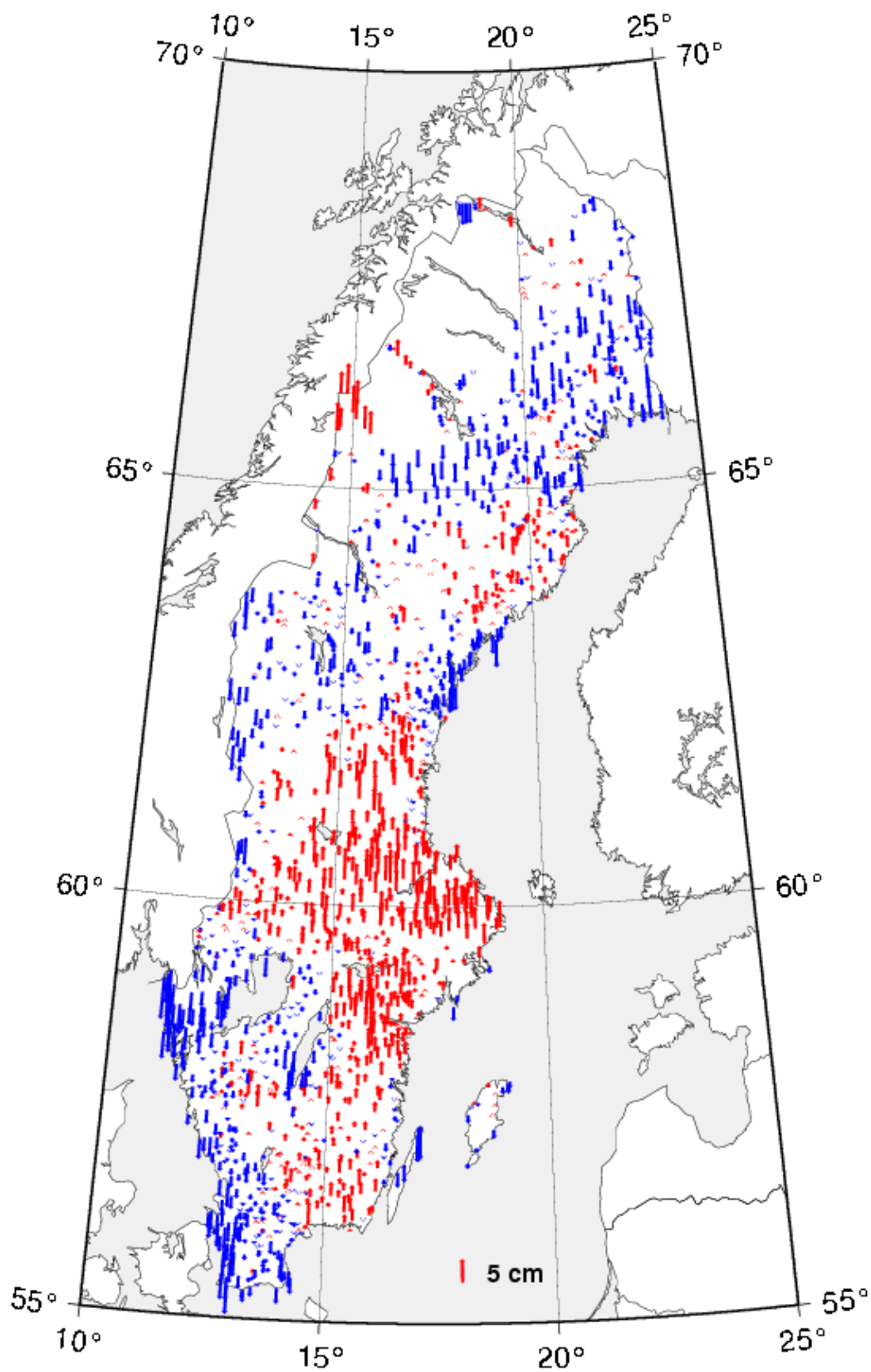
Ekvidistansen är 1 meter

Bilaga 2: GNSS/avvägnings-observationerna

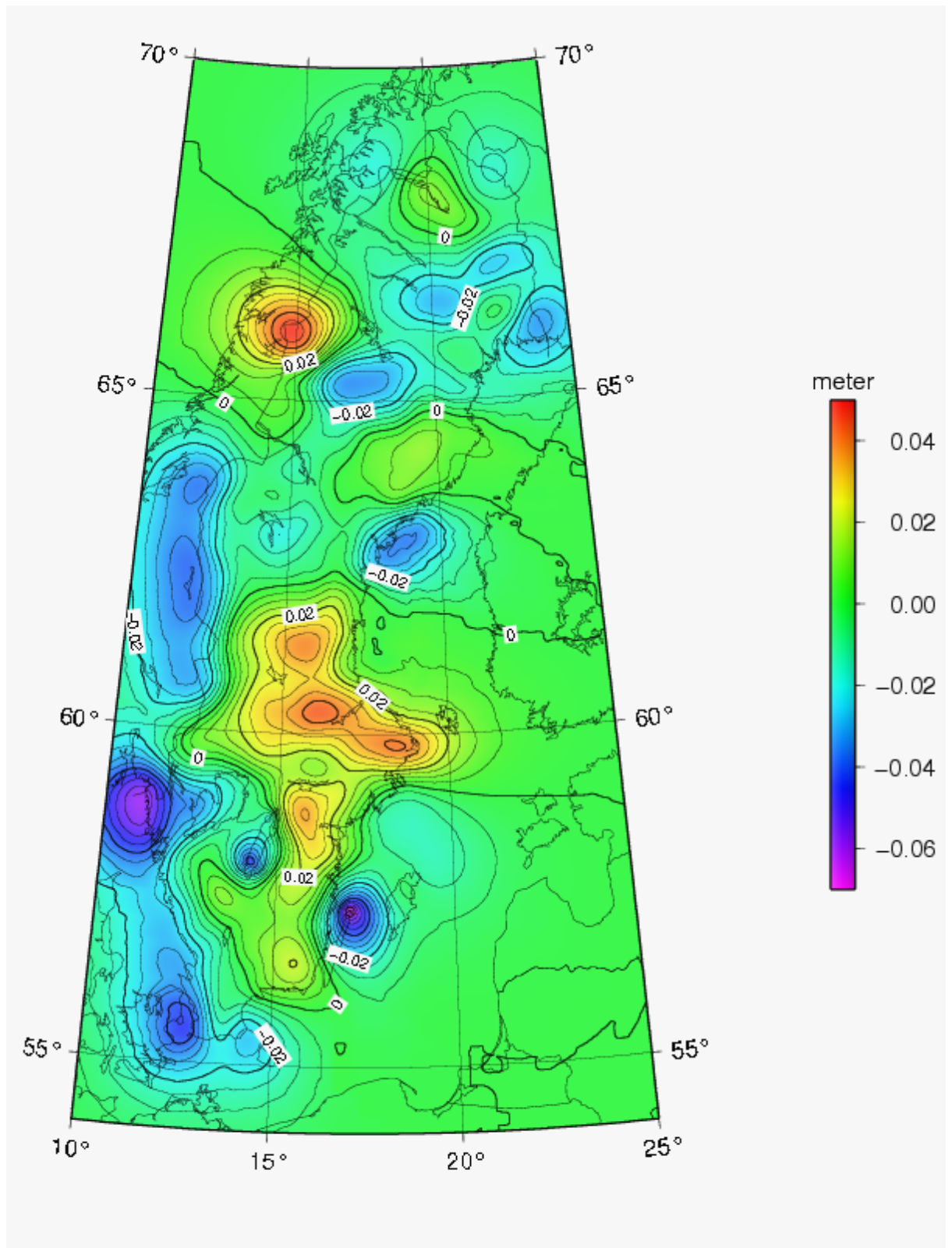


Röd = SWEPOS, Blå = SWEREF och Grön = RIX 95

Bilaga 3: GNSS/avvägningsresidualer för KTH08 transformerad med ett skift

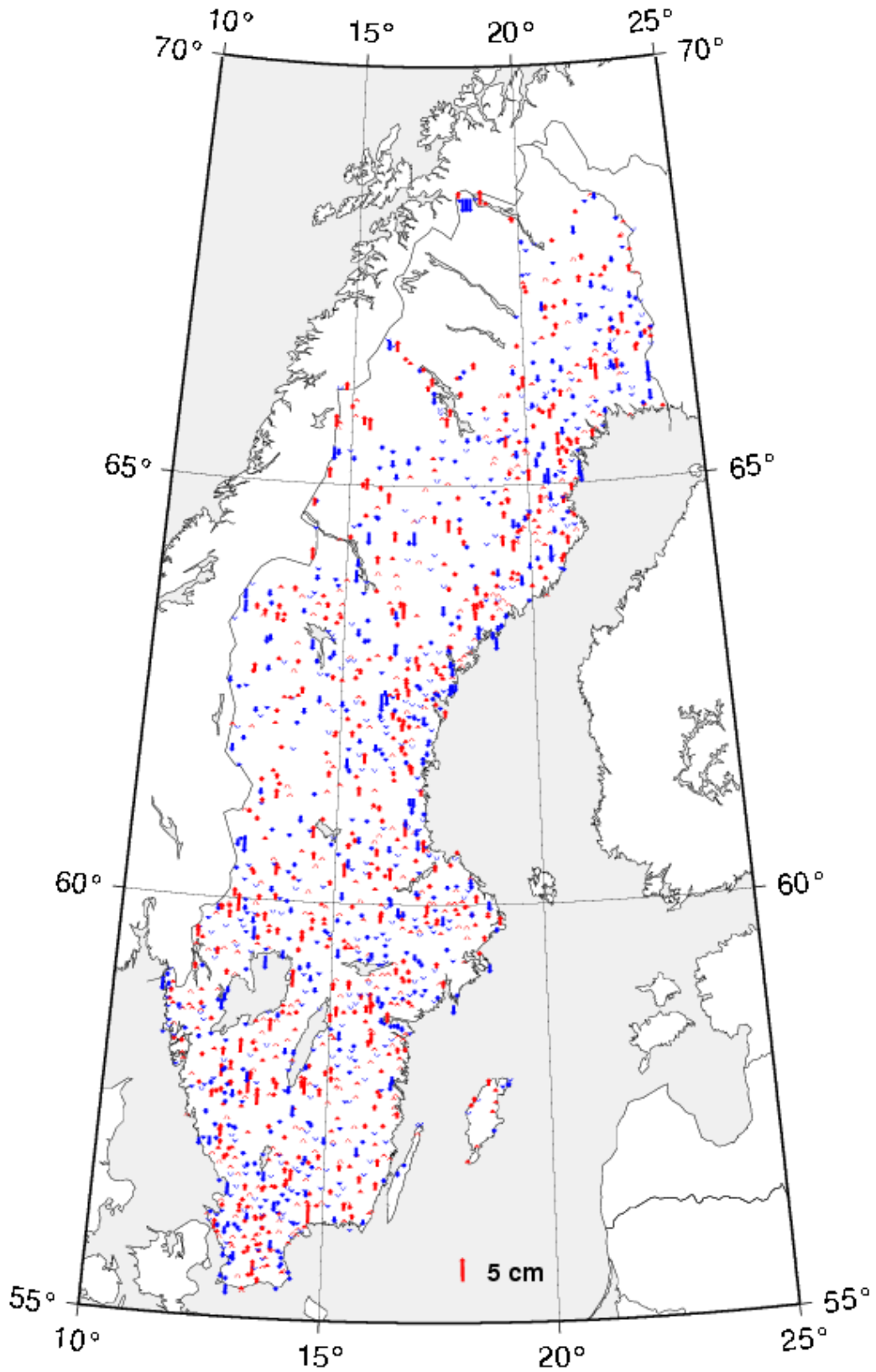


Bilaga 4: Restfelysytta för SWEN08_RH2000.

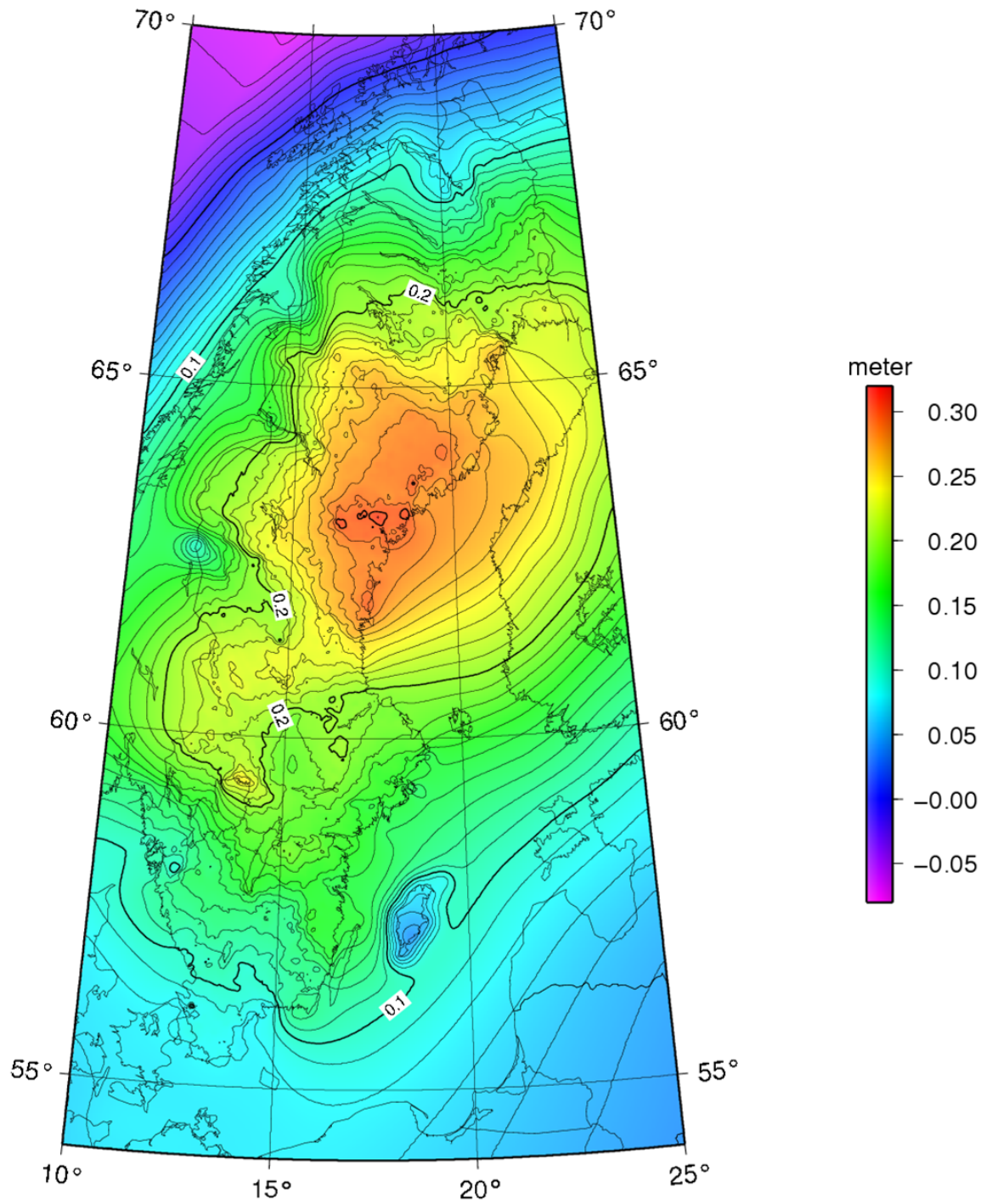


Ekvidistansen är 0.01 m

Bilaga 5: GNSS/avvägningsresidualer för SWEN08_RH2000

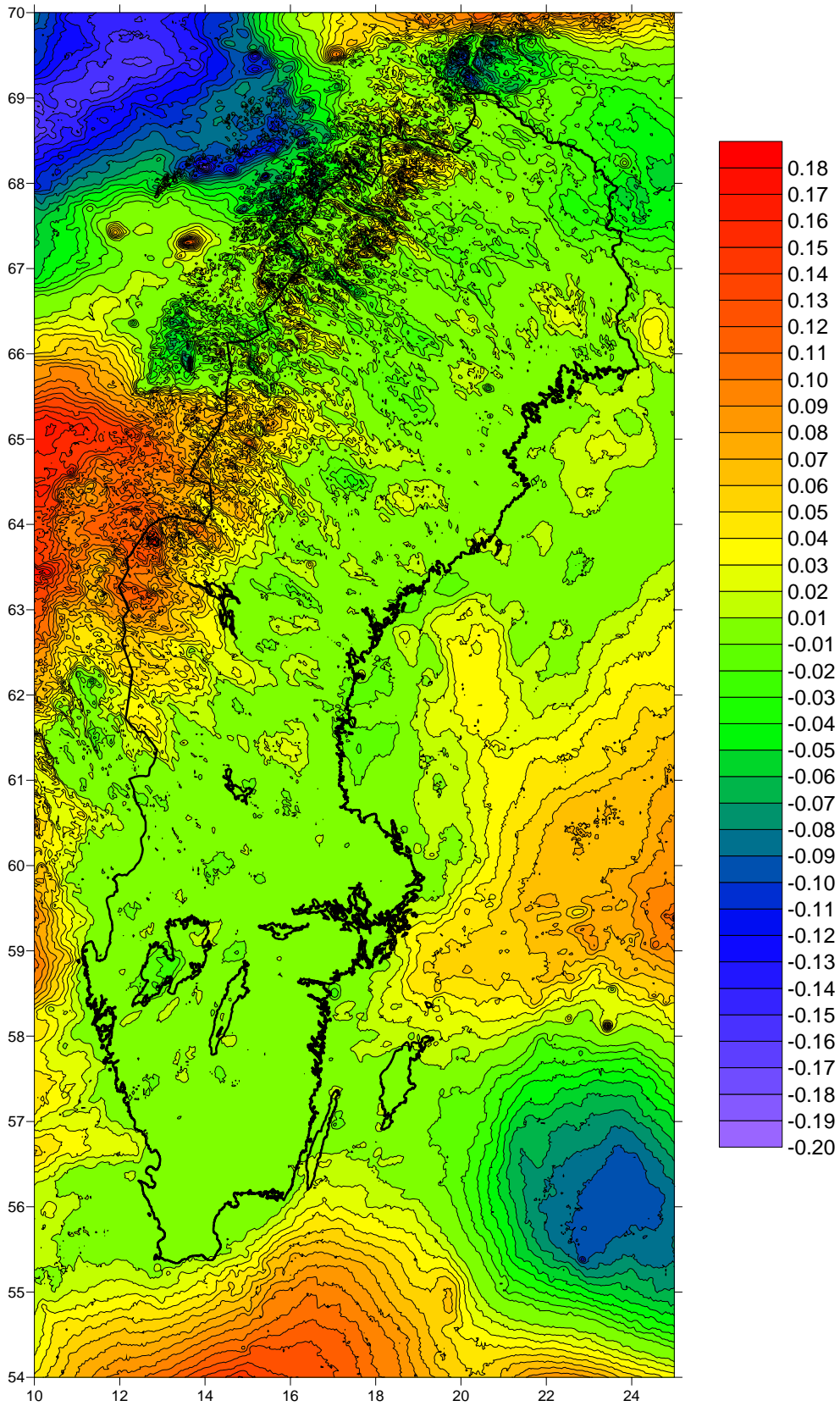


Bilaga 6: Skillnad mellan RH 2000 och RH 70



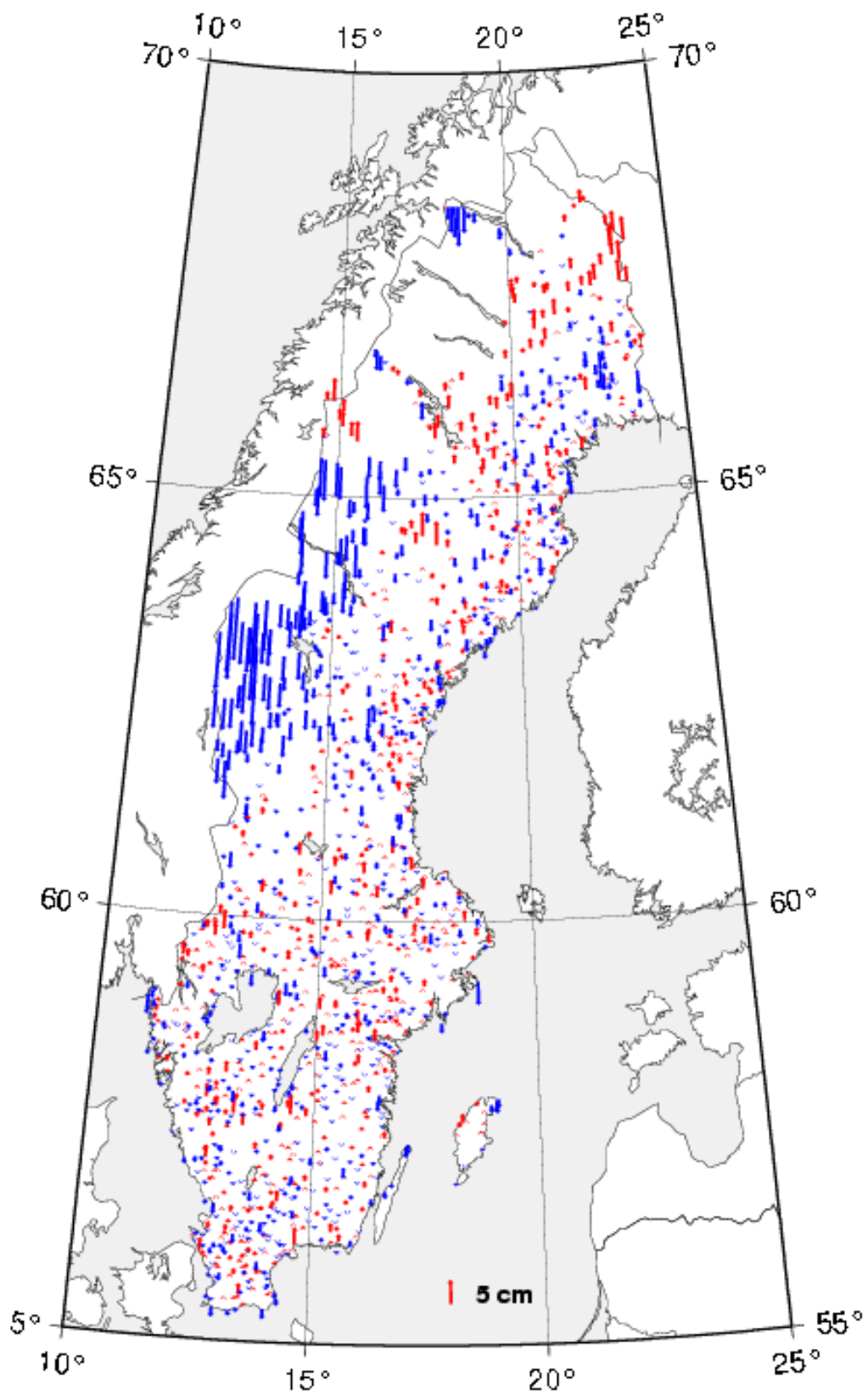
Ekvidistansen är 0.01 m

Bilaga 7: SWEN05_RH2000 minus SWEN08_RH2000

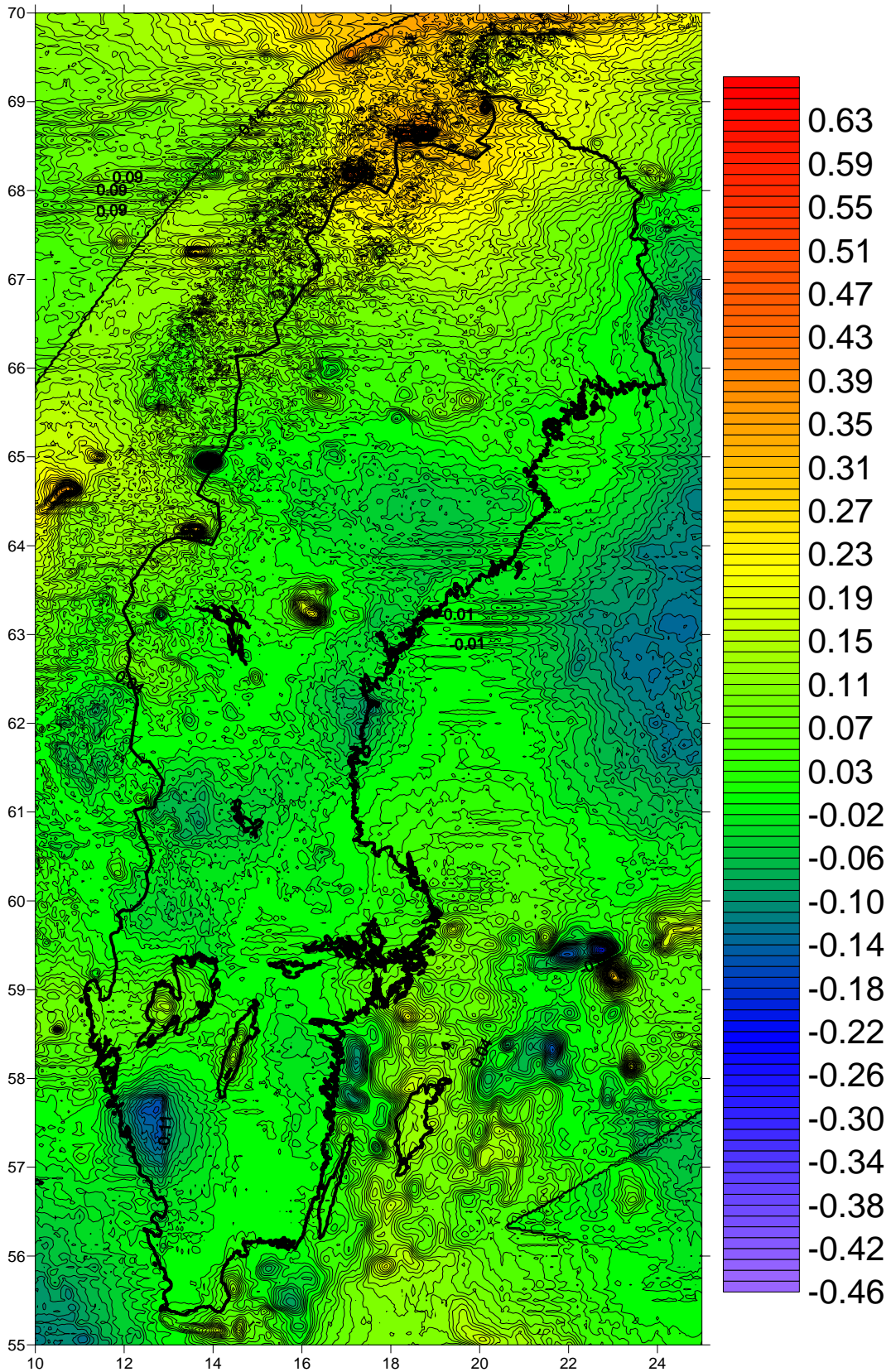


Ekvidistansen är 0.01 m (kurvan för 0.00 m har ej plottats)

Bilaga 8: Skillnad mellan de senaste GNSS/avvägningsobservationerna och SWEN05_RH2000

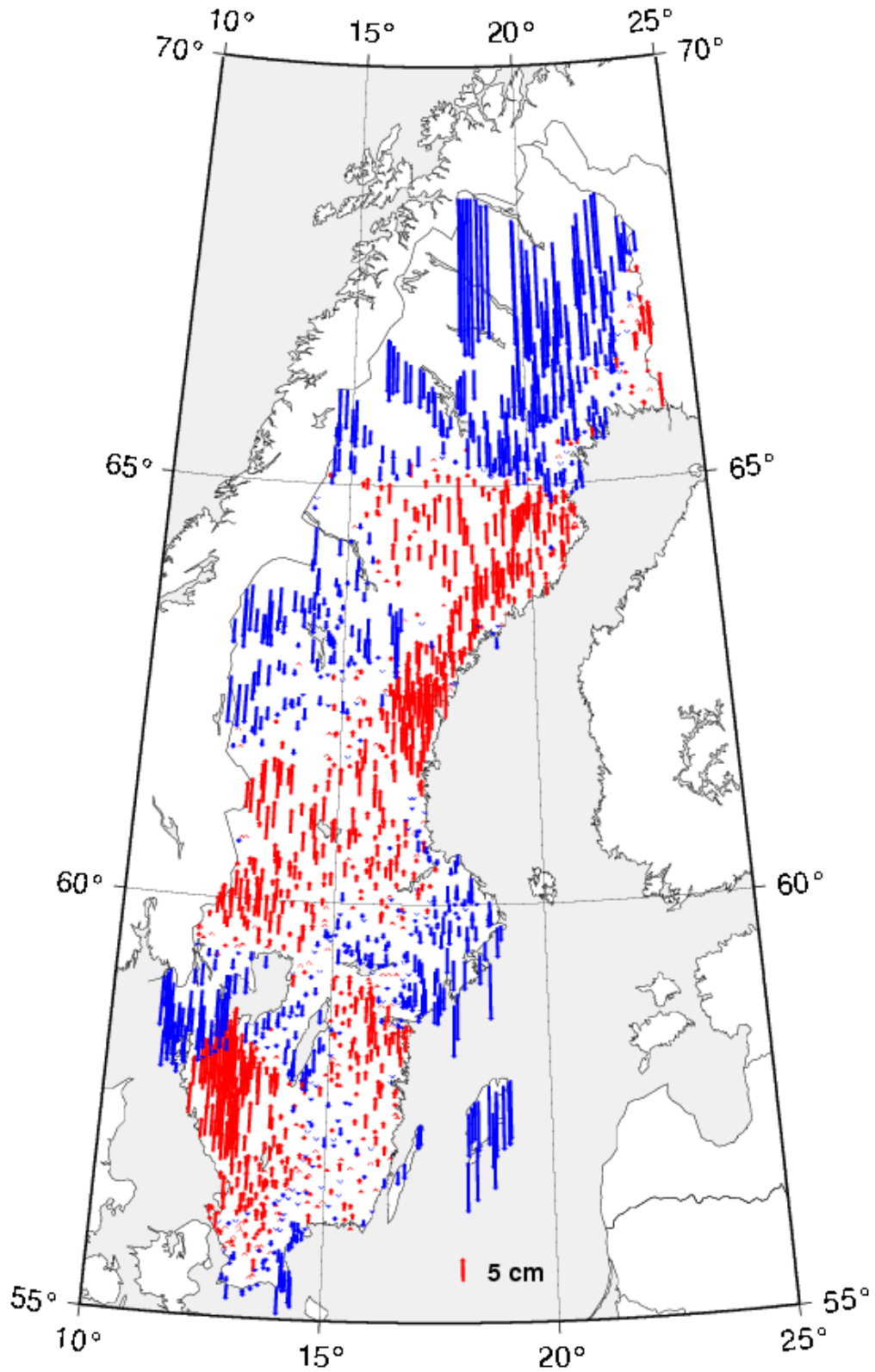


Bilaga 9: SWEN 01L minus SWEN08_RH70



Ekvidistansen är 0.01 m (kurvan för 0.00 m har ej plottats)

Bilaga 10: Skillnad mellan de senaste GNSS/avvägningsobservationerna och SWEN 01L



Appendix 11: Kontrollpunkter

Nedan finns 20 kontrollpunkter som kan utnyttjas för att kontrollera att geoidmodellerna implementerats på ett korrekt sätt. De bilinjärt interpolerade geoidhöjderna N har avrundats till mm-nivå innan höjden över havet H beräknats från höjden över ellipsoiden h med hjälp av sambandet $H = h - N$.

Kontrollpunkter för SWEN08_RH2000

Nr	Lat (grader, min, sek) (SWEREF 99)			Long (grader, min, sek) (SWEREF 99)			h (SWEREF 99)	N (SWEN08_RH2000)	H (transf. RH 2000)
1	66	19	4.85691	18	7	29.49556	489.145	30.589	458.556
2	56	5	31.97370	13	43	5.06237	114.016	35.490	78.526
3	57	44	43.69608	14	3	34.57899	260.352	32.920	227.432
4	59	26	38.46674	13	30	20.23720	114.265	31.334	82.931
5	67	52	39.26375	21	3	36.84353	497.965	28.592	469.373
6	60	43	19.71351	14	52	37.21262	478.092	30.368	447.724
7	59	20	16.08058	17	49	44.08197	79.605	23.433	56.172
8	60	35	42.50805	17	15	30.67778	75.375	24.706	50.669
9	58	35	24.82429	16	14	46.96242	40.917	27.952	12.965
10	57	23	43.06580	11	55	31.84722	45.534	36.371	9.163
11	57	3	56.29169	15	59	48.50148	149.753	30.250	119.503
12	63	26	34.04843	14	51	29.03061	490.010	31.448	458.562
13	66	19	4.28199	22	46	24.12554	222.887	22.479	200.408
14	64	52	45.10136	21	2	53.82526	81.197	22.085	59.112
15	62	13	56.90159	17	39	35.57936	31.776	24.445	7.331
16	62	1	2.67953	14	42	.03006	491.183	32.839	458.344
17	63	34	41.29143	19	30	34.53185	54.498	22.762	31.736
18	58	41	35.24916	12	2	5.99772	169.664	34.838	134.826
19	64	41	52.24160	16	33	35.73391	449.936	29.606	420.330
20	57	39	13.92217	18	22	2.32437	79.778	24.912	54.866

Kontrollpunkter för SWEN08_RH70

Nr	Lat (grader, min, sek) (SWEREF 99)			Long (grader, min, sek) (SWEREF 99)			h (SWEREF 99)	N (SWEN08_RH70)	H (transf. RH 70)
1	66	19	4.85691	18	7	29.49556	489.145	30.788	458.357
2	56	5	31.97370	13	43	5.06237	114.016	35.581	78.435
3	57	44	43.69608	14	3	34.57899	260.352	33.061	227.291
4	59	26	38.46674	13	30	20.23720	114.265	31.548	82.717
5	67	52	39.26375	21	3	36.84353	497.965	28.685	469.280
6	60	43	19.71351	14	52	37.21262	478.092	30.601	447.491
7	59	20	16.08058	17	49	44.08197	79.605	23.595	56.010
8	60	35	42.50805	17	15	30.67778	75.375	24.901	50.474
9	58	35	24.82429	16	14	46.96242	40.917	28.125	12.792
10	57	23	43.06580	11	55	31.84722	45.534	36.488	9.046
11	57	3	56.29169	15	59	48.50148	149.753	30.392	119.361
12	63	26	34.04843	14	51	29.03061	490.010	31.688	458.322
13	66	19	4.28199	22	46	24.12554	222.887	22.680	200.207
14	64	52	45.10136	21	2	53.82526	81.197	22.349	58.848
15	62	13	56.90159	17	39	35.57936	31.776	24.735	7.041
16	62	1	2.67953	14	42	.03006	491.183	33.053	458.130
17	63	34	41.29143	19	30	34.53185	54.498	23.039	31.459
18	58	41	35.24916	12	2	5.99772	169.664	34.961	134.703
19	64	41	52.24160	16	33	35.73391	449.936	29.867	420.069
20	57	39	13.92217	18	22	2.32437	79.778	24.984	54.794

Rapporter i geodesi och geografiska informationssystem från Lantmäteriet

- 2005:8 Eriksson Merja & Hedlund Gunilla: Satellitpositionering med GPS och GPS/GLONASS.
- 2006:2 Norin Dan, Engfeldt Andreas, Johansson Daniel, Lilje Christina: Kortmanual för mätning med SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst.
- 2006:3 Klang Dan & Burman Helén: En ny svensk höjdmodell laserskanning, Testprojekt Falun.
- 2006:4 Klang Dan: KRIS-GIS® projekt i Eskilstuna. Kvalitet i höjdmodeller.
- 2006:5 von Malmborg Helena: Jämförelse av Epos och nätverks-DGPS.
- 2006:8 Wennström Hans-Fredrik (ed.): Struve Geodetic Arc 2006 International Conference - the Struve arc and extension in space and time.
- 2006:9 Shah Assad: Systematiska effekter inom den tredje riksavvägningen.
- 2007:1 Johansson Fredrik & Wallerström Mattias: En nätverks-RTK-jämförelse mellan GPS och GPS/GLONASS.
- 2007:4 Ågren Jonas & Svensson Runar: Postglacial land uplift model and system definition for the new Swedish height system RH 2000.
- 2007:8 Halvardsson Daniel & Johansson Joakim: Jämförelse av distributionskanaler för projektanpassad nätverks-RTK.
- 2007:10 Lidberg Martin & Lilje Mikael: Evaluation of monument stability in the SWEPOS GNSS network using terrestrial geodetic methods - up to 2003.
- 2007:11 Lilje Christina, Engfeldt Andreas, Jivall Lotti: Introduktion till GNSS.
- 2007:12 Ivarsson Jesper: Test and evaluation of SWEPOS Automated Processing Service.
- 2007:14 Lilje Mikael, Eriksson Per-Ola, Olsson Per-Anders, Svensson Runar, Ågren Jonas: RH 2000 och riksavvägningen.
- 2008:4 Johansson Daniel & Persson Sören: Kommunikationsalternativ för nätverks-RTK - virtuell referensstation kontra nätverksmeddelande.

L A N T M Ä T E R I E T



Vaktmästeriet 801 82 GÄVLE Tfn 026 - 65 29 15 Fax 026 - 68 75 94
Internet: www.lantmateriet.se