

Systematiska effekter inom den tredje riksavvägningen

Examensarbete av
Assad Shah

Gävle 2006

L A N T M Ä T E R I E T





Copyright ©

2006-11-17

Författare Assad Shah

Typografi och layout Rainer Hertel

Totalt antal sidor 50

LMV-Rapport 2006:9 – ISSN 280-5731

Systematiska effekter inom den tredje riksavvägningen

Examensarbete av
Assad Shah

Gävle 2006

LANTMÄTERIET



Förord

Detta examensarbete är utfört för Lantmäteriet i Gävle. Examinator vid Tekniska högskolan i Stockholm har varit Lars E Sjöberg.Handledare vid Lantmäteriet har varit Runar Svensson och vid Tekniska högskolan Tomas Egeltoft. Även Per-Anders Olsson och Britt-Marie Ekman i Gävle har fungerat som ställföreträdande handledare och ställt upp med mycket hjälp och kunskap då det uppstått frågeställningar om Riksavvägningen i allmänhet (Per-Anders) och databasen Access i synnerhet (Britt-Marie). På mätavdelningen vid Lantmäteriet har Per-Ola Eriksson och Harry Bergqvist (i Gävle) varit mycket behjälpliga och ställt upp med tid och vägledning och demonstration av mätutrustning och instrument (Harry). Beräkningarna är företrädesvis utförda på Lantmäteriet, rapporten är skriven i LATEX på Sun Solaris 10 på KTH.

Sammanfattning

I detta examensarbete har det undersökts om det möjligen finns några systematiska effekter i de avvägningar som har legat till grund för den tredje riksavvägningen. Mätningarna har utförts 1979 till 2003 med hjälp av motoriserad avvägningsteknik. Mätinstrumentet som har använts har varit Zeiss Jena NI002. Mätresultaten ligger lagrade i mättningsregistret på Lantmäteriet. Genom att plocka ut mätningar från uppställningar och genom att titta på å ena sidan samtliga mätningar och å andra sidan vissa grupper av mätningar, så har statistiska tester såsom medelvärden, standardavvikelse och signifikanstest kunnat göras. Beräkningarna har gjorts i Matlab 7.0 på Lantmäteriet i Gävle. Resultaten har visat att det finns ett systematiskt fel i mätningarna. Differenserna δ och ρ är skilda från noll, men i medeltalsbildningen av tur- och returmätningarna kancellerar dock felet och blir i princip lika med noll.

I detta examensarbete har det undersökts om det möjligen finns några systematiska effekter i de avvägningar som har legat till grund för den tredje riksavvägningen. Flera studier i detta har gjorts tidigare, men då bara på delar av mätningarna. Mätningarna har utförts 1979 till 2003 med hjälp av motoriserad avvägningsteknik. Det är hela Riksavvägningens datamängd som har analyserats, och det totala antalet mätningar uppgår till ungefär en och en halv miljon (uppställningar) eller motsvarande ca 50 000 kilometer (avvägd sträcka). Mätresultaten ligger lagrade i mättningsregistret på Lantmäteriet. Mätinstrumentet som har använts har varit Zeiss Jena NI002. Genom att plocka ut mätningar från uppställningar och genom att titta på å ena sidan samtliga mätningar och å andra sidan vissa grupper av mätningar, så har statistiska tester såsom medelvärden, standardavvikelse och signifikanstest kunnat göras. Beräkningarna har gjorts på Lantmäteriet. Resultaten har visat att det finns ett systematiskt fel i mätningarna. Vid en uppställning har det gjorts fyra avläsningar från de båda mätstängernas två respektive skalor. Man kan bilda differensen mellan skalorna 1 och skalorna 2, vilken visade sig vara signifikant skild från noll, och man kan bilda differensen mellan medelvärdet av höjdskillnaden mätt på turen och returen, vilken också visade sig vara signifikant skild från noll. Men i medeltalsbildningen av tur- och returmätningarna tas felet ut och blir i princip lika med noll, dvs inga systematiska fel återstår i slutberäkningarna.

Abstract

In this Thesis it has been investigated whether there are any systematic errors in the third national Precise levelling in Sweden. Studies of systematic errors have been carried out, but only of parts of the levelling measurements. The measurements have been carried out from 1979 to 2003 by motorised levelling technique. The data from the whole National Levelling has been examined, and the total amount of measurements is approximately one and a half million (set-ups) or 50 000 kilometres (levelled length). The measuring results are registered in a database at the National Land Survey in Gävle. The levelling instrument used has been Zeiss Jena NI002. By studying on the one hand all measurements and on the other special groups of measurements statistical test have been done, namely giving mean value, standard deviation value and significance test. The computations have been done at the National Land Survey. The results show a systematic error in the measurements. The mean setup differences between the measured height differences of the two scales were found to be significantly different from zero, indicating one or several systematic effects. From the measured four height differences of a section line, one can form a difference which where also found to be significantly different from zero. Thus the error was cancelled and approximately equal to zero when the mean value was computed from the double runs of the levelling setups, i.e. no systematic errors remain in the final computations.

摘要

瑞典第三次国家精密水准测量始于1979年，已于2003年结束。此次精密水准测量采用车载水准测量技术，使用蔡司Zeiss Jena NI002自动安平水准仪进行观测。测量的结果储存在瑞典国家测绘局数据库中。此研究项目为瑞典皇家工学院与瑞典国家测绘局合作项目。本文通过研究所有的测量数据以及基于测量结果的统计数据，如平均值、标准方差，来检查精密水准测量中是否存在系统性错误。通过使用电脑编程计算，发现测量结果中存在一个系统错误，但是通过计算两次平差计算平均值，错误将接近于零。

Systematiska effekter inom den tredje riksavvägningen

Förord		5
Sammanfattning		7
Abstract		8
1	Bakgrund	13
1.1	Geodetisk avvägning	13
1.2	Historik	14
1.2.1	Den första precisionsavvägningen 1886-1905	15
1.2.2	Den andra precisionsavvägningen 1951-1967	15
1.2.3	Den tredje precisionsavvägningen 1979-2003	18
1.2.4	Europas nollnivå – NAP	19
1.3	Syftet med detta arbete	20
2	Felteori och felkällor	21
2.1	Instrumentfel	21
2.1.1	Kollimationsfel	21
2.1.2	Kompensatorfel och fel i libellen	22
2.1.3	Fel från avvägningsstängerna	26
2.2	Yttre fel	26
2.2.1	Refraktion	26
2.2.2	Luftrörelser	28
2.2.3	Markrörelser	28
2.2.4	Tidjord	29
2.2.5	Jordkrökning	29

2.2.6	Jordmagnetism	30
2.2.7	Tyngdkraft	30
3	Genomförande	31
3.1	Bakgrund	31
3.2	Mätningstekniken	31
3.2.1	Beräkning av differensen δ	33
3.2.2	Beräkning av differensen ρ	34
3.3	Tillvägagångssätt – arbetsgång	35
3.4	Medeltalsbildningen – en viktig faktor för slutresultatet	36
4	Resultat, analyser och slutsatser	37
4.1	Resultat	37
4.1.1	Differensen mellan skalorna vid en uppställning	37
4.1.2	Differensen mellan höjdskillnaden i turmätning och returmätning på ett fixhåll	41
4.2	Analys	43
4.3	Slutsatser	46
5	Referenser	47

Systematiska effekter inom den tredje riksavvägningen

1 Bakgrund

1.1 Geodetisk avvägning

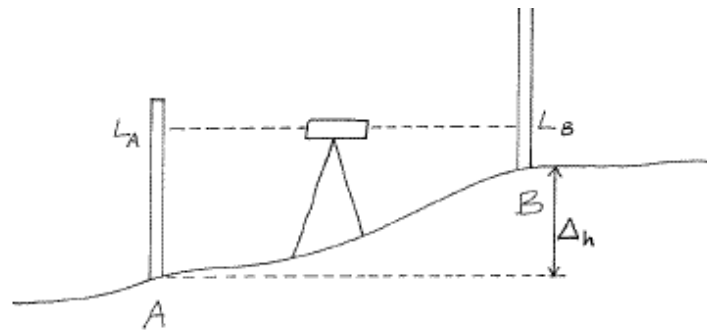
Det traditionella sättet att mäta höjdskillnader mellan punkter är genom avvägning. Avvägning är ett av flera sätt att mäta höjdskillnader, andra metoder är t.ex. barometerhöjdmätning, trigonometrisk höjdmätning, hydrostatisk avvägning och med hjälp av GPS. Vid avvägning har man till sin hjälp ett avvägningsinstrument och två avvägningsstänger. Man brukar särskilja på olika noggrannhetstyper av avvägning: Precisions-, fin- och vanlig avvägning.

Precisionsavvägning är den mest noggranna metoden där man förutom de avvägda höjdskillnaderna också använder tyngdkraftsinformation eftersom tyngdkraften varierar och påverkar de instrument som används.

Höjdskillnaderna mellan två punkter A och B (se figur 1.1) bestäms genom att två graderade avvägningsstänger med vattenpass ställs upp vertikalt på punkterna (Egeltoft 1996b). Avvägningsinstrumentet ställs upp mellan stängerna och horisonteras med hjälp av ett vattenpass. Instrumentet riktas först mot A och avläsning, L_A , på den graderade skalan görs och riktas sedan på samma sätt mot B, L_B . Den sökta höjdskillnaden är $\Delta_H = L_A - L_B$. På detta sätt kan man successivt bestämma höjdskillnader mellan ytterligare punkter.

Vid motoriserad avvägning (se figur 1.2) står stängerna på stångbilar och instrumentet befinner sig på en så kallad instrumentbil (se figur 1.3).

Den motoriserade avvägningstekniken blev känd i början av 1970-talet (Becker 1997). Tekniken kommer från DDR (forna Östtyskland), liksom instrumenten som användes i Riksavvägningen, Zeiss Jena NI002 (se figur 1.4).



Figur 1.1. Avvägning



Figur 1.2. Motoriserad avvägning, uppställning med en instrumentbil i mitten, och två stångbilar.

1.2 Historik

Den första systematiska höjdmätningen i Sverige genomfördes under åren 1857-1885 och resulterade i höjdsystemet RH 1860.



Figur 1.3. Instrumentbilen

1.2.1 Den första precisionsavvägningen 1886-1905

Det har utförts avvägningar i Sverige systematiskt sedan 1850-talet. Den första mer eller mindre rikstäckande avvägningen gjordes 1886 - 1905. Medelfelet efter utjämning var cirka $4,4 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ (Becker 1997), och totalt 4857 km avvägdes. Antalet fixpunkter var ca 2 500. Avvägningarna gjordes mestadels utmed järnväg och kuster, se figur 1.6. Som nollnivå användes medelhavsytan vid Stockholm 1900 och höjdsystemet fick namnet Rikets höjdsystem 1900 med förkortning RH 00. Redan i den första precisionsavvägningen räknade man med geopotentiella tal (se kapitel 1.2.2), men eftersom man inte hade tyngdkraftsvärden så användes normaltyngdkraftsfältet vid beräkningarna.

1.2.2 Den andra precisionsavvägningen 1951-1967

Den andra rikstäckande precisionsavvägningen utfördes 1951 - 1967. Den omfattade 10 839 km och antalet fixpunkter uppgick till 9 700. Ungefär 75 % av avvägninglinjerna var förlagda till järnväg och resten längs vägar. Medelfelet var $1,63 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ (Ekman, LMV-Rapport 1995:20, Ekman, Eliasson,

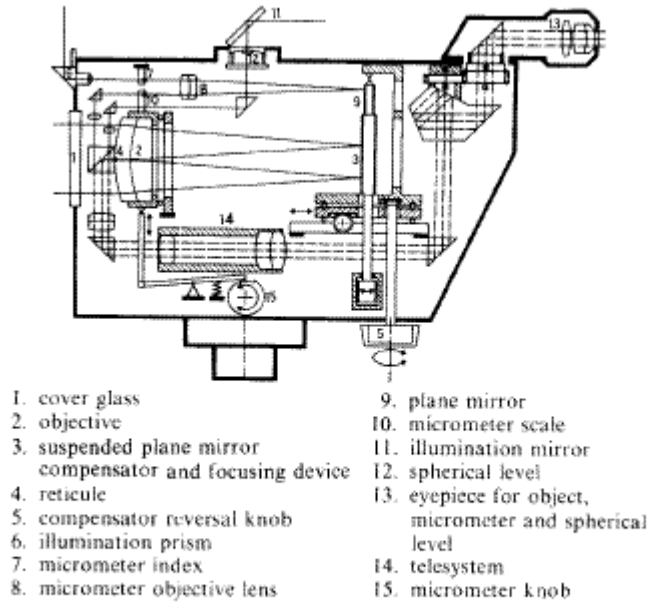
Pettersson, Sjöberg 1982). Mätinstrumentet som användes var Wild N3 och dubbelskaliga invarstänger. Wild N3 är ett libellinstrument (saknar kompensator). Dessutom användes en utrustning för att mäta temperaturgradienten, då mätningarna korrigerades för refraktion. Även skalfel på stängerna gjordes det korrekationer för, likaså gjordes tidjordskorrektion till tidjordsfri geoid.

Som nollnivå för det nya höjdsystemet som fick beteckningen RH 70 valdes samma nivå som antagits för det europeiska höjdsystemet. Denna definieras av en punkt i Amsterdam och betecknas Normaal Amsterdams Peil, NAP (se figur 1.7). RH 70 är kopplat till det europeiska systemet UELN 55. Utgångshöjden i Sverige är geopotentialtalet i UELN 55 i Helsingborg med den approximativa epoken 1950.

Geopotentialtal (Heiskanen och Moritz 1967) har beräknats med tyngdkraftsvärden i RG 62, och reduktion för landhöjdning är gjord till epoken 1970. Med nationella avvägningar genom Holland, Tyskland och Danmark och en hydrostatisk bestämning av höjdskillnaden mellan Helsingör och Helsingborg, fördes höjden på NAP över till Sverige. Efter beräkningen av den andra precisionsavvägningen inrättades en ny så kallad Normalhöjdpunkt. Det var en punkt i Varberg som var stabilt markerad i berggrund av granit och ligger i ett område med obetydlig landhöjning. Höjden på denna punkt i RH 70 är 4,234 m.



Figur 1.4. Avvägningsinstrument Zeiss JenaNI002



Figur 1.5. Avvägningsinstrument Zeiss JenaNI002 i genomskäring



Figur 1.6. Första, andra och tredje precisionsavvägningen

1.2.3 Den tredje precisionsavvägningen 1979-2003

Den tredje precisionsavvägningen - Riksavvägningen - genomfördes med hjälp av motoriserad avvägningsteknik. Man har avvägt totalt ca 50 000 km och har ett medelfel på ca $1 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ i mätningarna. Vid mätningarna användes avvägningsinstrumentet Zeiss JenaNI002 (se figur 1.4 och figur 1.5) och dubbelskaliga kalibrerade invarstänger. En unik funktion hos NI002 är den vändbara pendeln, som vid mätning i instrumentets båda pendellägen ger ett kollimationsfritt resultat. En gemensam utjämning av hela nätet har gjorts, och i denna utjämning har de mätta höjdskillnaderna omvandlats till geopotential-differenser för att undvika oregelbundenheterna i jordens tyngdkraftsfält. Potentialskillnaderna beräknas för varje fixhåll som produkten av tyngdkraften där och höjdskillnaden (Heiskanen och Moritz 1967). Eftersom tyngdkraften inte är mätt för varje fixhåll har den interpolerats. Resultatet av utjämningen blir alltså geopotentialtal som sedan har räknats om till metriska höjder. I de övriga nordiska länderna pågår motsvarande arbeten och de olika nationella höjdnäten är sammanfogade där så är möjligt.

Rikets Höjdsystem 2000, RH 2000, blev officiellt år 2005 och är Sveriges nya nationella höjdsystem som baseras på mätningarna från den tredje riksavvägningen.

Nollnivån i det nya systemet är liksom för RH 70 definierat av Normal Amsterdams Peil (NAP). Höjderna utgörs av normalhöjder, som redovisar förhållandena år 2000 (epok).

Eftersom mätningarna i höjdnätet har pågått under mer än 20 år, måste alla mätningar reduceras till en gemensam epok med hjälp av en landhöjningsmodell, detta för att eliminera den skillnad i landhöjning i olika delar av landet som har uppstått under den tid mätningarna har pågått. Skillnaden mellan

RH 00 och RH 70 varierar sålunda mellan 4 cm i sydligaste Sverige och +83 cm i de norra landsdelarna. Mellan RH 70 och RH 2 000 är skillnaderna från +8 cm i Vellinge i sydligaste Skåne till +30 cm i Kramfors vid Höga kusten. Till RH 2000 har också knutits en geoidmodell, som möjliggör en övergång från höjder över ellipsoiden till höjder över havet. Geoiden är den ekvipotentialeyta (i jordens tyngdkraftsfält) som sammanfaller med medelhavsnivån i haven och som fortsätter in under kontinenterna. Ett sätt att beräkna jordens tyngdkraftsfält är ur satellitmätningar, och därur en geoidmodell.

1.2.4 Europas nollnivå – NAP

I Amsterdam började man tidigt mäta vattennivån i IJsselmeer och från medelhögvatten ta ut en noll- eller referensnivå.

Normaal Amsterdams Peil kommer ursprungligen från mätningar av havets medelnivå vid flod i Amsterdam (se "Facilitair Bedrijf Amsterdam, 2004") mellan den 1 september 1683 och 1 september 1684 (17 cm över dåvarande medelhavsnivå där, se Ekman). Många länder har anslutit sig till en gemensam europeisk nollpunkt, NAP. Även det svenska höjdsystemen RH 70 och RH 2000 har NAP som nollpunkt. Skälet till detta är att NAP redan är en etablerad europeisk nollpunkt i UELN-systemet (United European Levelling Network). NAP motsvarar också den nuvarande medelhavsnivån i sydvästligaste Östersjön. Man kan besöka stadshuset i Amsterdam för att beskåda Normaal Amsterdams Peil, se figur 1.7.

Nu diskuteras även ett nytt globalt höjdsystem, World height system W0, som kanske kommer att ersätta NAP så småningom. Detta har möjliggjorts genom satellit teknik som beskrivits i föregående avsnitt. Noggrannheten beräknas bli på centimeternivå med GOCE (se Muneendra Kumar, J.A. Johannessen Et Al.2003).



Figur 1.7. NAP i Amsterdams stadshus

1.3 Syftet med detta arbete

Syftet med detta arbete har varit att ta reda på om det finns systematiska fel i mätningarna i den tredje precisionsavvägningen och att kanske kunna utesluta eventuella orsaker till dessa systematiska effekter repektive ställa upp hypoteser för eventuella effekter.

Genomförandet av arbetet har gått ut på att göra statistiska analyser på riksavvägningens material som har funnits tillgängligt i form av databasfiler i Access och i det så kallade mätningsregistret. Beräkningarna har gjorts i Matlab 7.0 och Accessfilerna och filerna i mätningsregistret har lästs in i Matlab i form av textfiler.

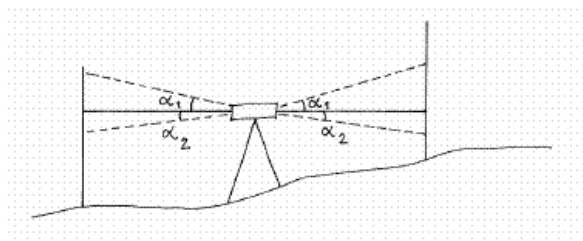
2 Felteori och felkällor

Flera olika faktorer kan orsaka fel vid mätning. Felkällorna kan indelas i flera grupper: fel härrörande från instrumenten och utrustningen och fel härrörande från omgivningen samt rena mätfel, t.ex. fel avläsning, slumpmässiga fel, systematiska fel, grova fel etc. Refraktion, vibrationer i marken, sättningar, jordkrökningen, jordmagnetismen, tidjord med mera är exempel på yttre fel (från omgivningen).

2.1 Instrumentfel

2.1.1 Kollimationsfel

Kollimationsfel är en typ av instrumentfel som uppstår då siktlinjen i avvägningsinstrumentet avviker från horisontallinjen, se figur 2.1. Felets storlek kommer att bero av hur stort avståndet är mellan instrumentet och stång- en, och eliminering av felet görs genom att man har lika långt avstånd till framåtstången som till bakåtstången. Vid mätningarna i riksavvägningen har avståndsskillnaden mellan bakåt- och framåtstången inte tillåtit vara mer än 20 m på ett fixhåll. För en enda uppställning har gränsen varit något flexibel, men med i snitt 15 till 20 uppställningar per fixhåll så blir det en ca 1 meter som avståndsskillnaden mellan bakåt- och framåtstången kunnat uppgå till. Genom att också mäta i instrumentets båda pendellägen elimineras det eventuella kollimationsfel som ändå uppstår på grund av de små avståndsskillnader som finns.



Figur 2.1. Kollimationsfel

2.1.2 Kompensatorfel och fel i libellen

Felen beror i många fall på att instrumentets kompensator ger en ofullständig eller systematiskt felaktig kompensering när kikarens siktaxel vid inspelande doslibell lutar något i förhållande till horisontalplanet. Den andel av siktaxelns lutning för vilken kompensering sker antas vara $(1 - k)$, där k är kompensatorvärdet.

På den främre avvägningsstången avläses ett för lågt värde som är

$$D \cdot [-\varepsilon + \alpha(1 - k) - (\beta + \gamma)k] \quad (2.1)$$

På den bakre avvägningsstången avläses ett för stort värde som är

$$D \cdot [-\varepsilon + (1 - k)\alpha + (\beta + \gamma)k], \quad (2.2)$$

då samtliga vinklar uttrycks i radianer.

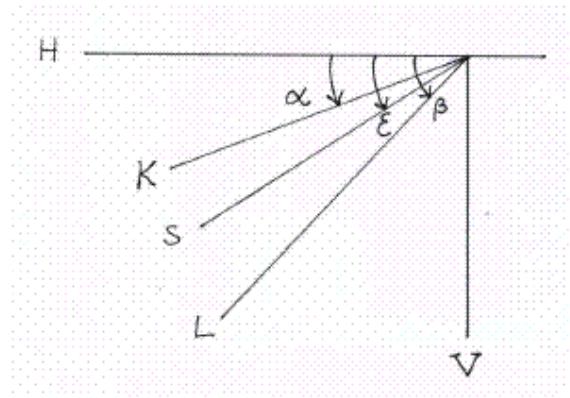
Felet Δh i den mätta höjdskillnaden erhålls som differensen av framåt- och bakåtfelet

$$\Delta h = D[-\varepsilon + \alpha \cdot (1 - k) + (\beta + \gamma)k + \varepsilon - \alpha(1 - k) + (\beta + \gamma)k] = +2Dk(\beta + \gamma) \quad (2.3)$$

där observationen görs mot en stång som står på avståndet D , ε är kikarens kollimationsfel i höjd med ombytt tecken vid låst kompensator, α är vinkeln mot horisontalplanet och β är ett systematiskt doslibellfel. Vinkeln γ är ett tillfälligt horisonteringsfel.

Av det följande kan utläsas att felet kommer att fortplantas linjärt med avståndet.

Nedan följer en beskrivning av axelförhållandena och axelfel (se figur 2.2)



Figur 2.2. Axelförhållanden

V = vertikalaxel

H = horisontalplan

L = doslibellens axel

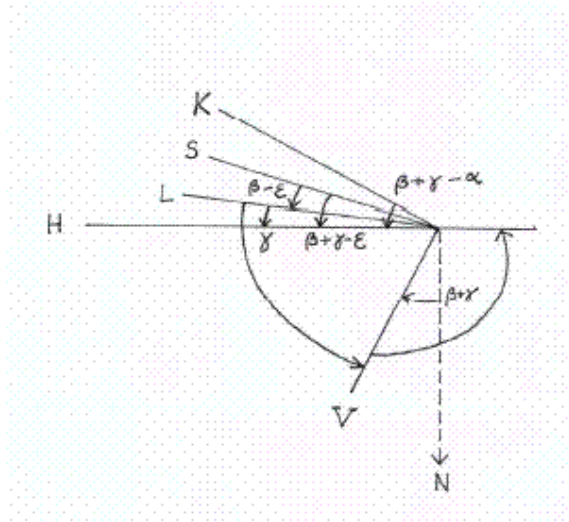
S = siktaxel då kompensering ej förekommer

K = kompensatoraxel, vars vinkel α med horisontalplanet ger vinkelkompensering $\alpha \cdot (1 - k)$ -bör sammanfalla med siktaxeln

Efter grovhorisontering (bakåtsikt)

Efter grovhorisontering av instrumentet är vertikalaxeln normalt inte vertikal utan lutar på grund av dels doslibellens systematiska fel β , dels ett tillfälligt horisonteringsfel, γ . Genom horisonteringen kommer samtliga axlar att vridas medurs med vinkeln $\beta + \gamma$ (se figur 2.3).

Det antas att bakåtobservationen görs mot en avvägningsstång på avståndet D efter horisonteringen. Den av kompensatorn föranledda vinkelkompenseringen är $-(\beta + \gamma - \alpha)(1 - k)$. Det är med detta belopp som kikarens siktaxel förändras genom kompenseringens försorg. N är lodlinjen.



Figur 2.3. Vinklar vid horisontering

Den kompenserade siktaxelns verkliga lutning blir

$$\beta + \gamma - \varepsilon - (\beta + \gamma - \alpha) \cdot (1 - k) = -\varepsilon + (1 - k)\alpha + (\beta + \gamma)k \quad (2.4)$$

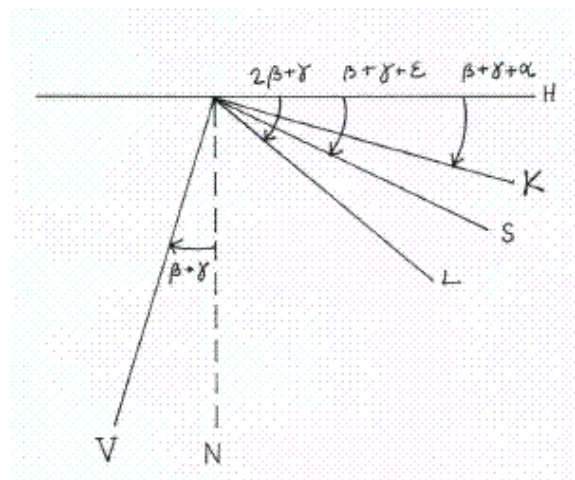
Om kikaren vrids ett halvt varv kring vertikalaxeln mot den framåt på samma avstånd D uppsatta avvägningsstången utan förnyad grovhorisontering, så bibehåller samtliga axlar sina vinklar med vertikalaxeln V . Deras vinklar över horisontalplanet blir

$$L = \gamma + \frac{\pi}{2} - \beta - \gamma - \beta - \gamma - \frac{\pi}{2} = -2\beta - \gamma \quad (2.5)$$

$$S = \beta + \gamma - \varepsilon + \frac{\pi}{2} - \beta - \gamma - \beta - \gamma - \frac{\pi}{2} = -\beta - \gamma - \varepsilon \quad (2.6)$$

$$K = \beta + \gamma - \alpha + \frac{\pi}{2} - \beta - \gamma - \beta - \gamma - \frac{\pi}{2} = -\beta - \gamma - \alpha \quad (2.7)$$

Framåtsikt



Figur 2.4. Vinkelkompensering

Vinkelkompensationen vid framåtobservationen blir (se figur 2.4)

$$-(-\beta - \gamma - \alpha)(1 - k) \quad (2.8)$$

och den kompenenserade siktaxelns lutning blir

$$-\beta - \gamma - \epsilon + (\beta + \gamma + \alpha)(1 - k) = -\epsilon + \alpha(1 - k) - (\beta + \gamma)k \quad (2.9)$$

Slutsats:

Doslibellens systematiska fel är en mycket kritiskt faktor, vars inflytande dock begränsas om man använder den sk Rote-Hosemetoden (växla orientering vid horisontering) (Cooper 1982), en metod som emellertid inte praktiserats i Riksavvägningen. Problemet elimineras dock i stort sett vid användande av den instrumenttyp som använts i Riksavvägningen, nämligen med roterbar kompensator (pendel) och mätning i två så kallade pendellägen (se figur 1.5). Dessutom utförs regelbundna instrumentkontroller på fältet, där instrumentet alltid jämförs med ett referensinstrument för att säkerställa att tillfälliga yttre faktorer inte påverkar kontrollen.

Finns inga fel i doslibellen får man inte heller några fel i resultatet oberoende av kompensator.

2.1.3 Fel från avvägningstängerna

För mätstängerna gäller att det kan finnas skalfel, d.v.s. skalstrecken är inte helt korrekt placerade, och fel uppstår också på grund av att temperaturen vid avläsningen avviker från temperaturen som stängerna är kalibrerade för i riksavvägningen.

Skalfel upptäcks genom stångkalibreringarna (se figur 2.5) som har gjorts före och efter mätsäsongerna med laserinterferometer i Lantmäteriets stångkomparator. Varje avläsning korrigeras sedan mot tabeller för varje stång, där korrektionen interpoleras i tiden mellan föregående och efterföljande kalibrering.

Trots att stången är tillverkad av invar med mycket liten längdutvidgningskoefficient så kommer det att uppstå expansion och kontraktion vid temperaturavvikelser. Sedan kan stångens gradering vara förskjuten på så sätt att noll på skalan inte börjar där stången börjar (det ställe på stången som ställs på en fixpunkt). Slutligen kan det uppkomma fel på grund av att stången inte är lodrätt placerad vid avläsning.

Genom att en separat stång alltid används vid anslutning till fixpunkterna elimineras dessutom även ett litet 0-punktsfel. Genom att mäta temperaturen på två ställen på invarbandet vid varje avläsning korrigeras för invarbandets temperaturutvidgning. För att säkerställa att stängerna står vertikalt används tre vattenpass på varje stång, varav två alltid är synliga för operatören. Varje morgon kontrolleras de tre vattenpassen mot ett 1,5 m långt byggvattenpass. Denna typ av fel går inte att korrigera för.

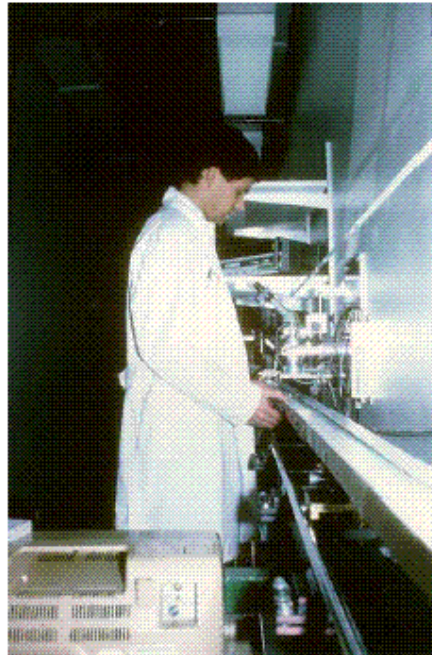
Nollpunktsfelen har mätts upp på alla stänger, och befunnits vara försumbara. Ingen korrektion har därför gjorts.

2.2 Yttre fel

2.2.1 Refraktion

Refraktion uppstår då ljuset går genom luftlager med olika brytning. När luftlagren får olika temperatur så kommer dessa att få olika brytning. En solig dag värms marken och luften närmast marken upp mer än luften litet högre upp. Vid avvägning kommer därför siktlinjen att böjas av (se figur 2.6) på grund av refractionen om man mäter för långt ner på mätstången, d.v.s. om man mäter för nära marken.

För att komma tillrätta med refractionen så är det enklast att helt enkelt inte mäta för nära marken där refractionens effekter blir som störst. Vid mätning mer än 50 cm ovan markytan minskar refractionseffekten kraftigt. En

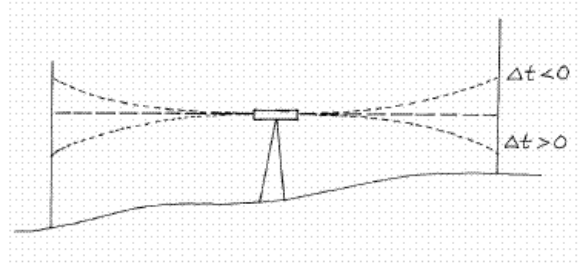


Figur 2.5. Stångkalibrering

annan metod att korrigera för eventuell refraction är att mäta temperaturen längs hela siktlinjen. Detta är dock inte praktiskt möjligt. I riksavvägningen har inga avläsningar under 50 cm gjorts, då stängerna inte har någon gradering mellan 0 och 50 cm. Genom att instrumenthöjden vid motoriserad avvägning är ca 2,10 m mot normalt 1,5 m undviks till största delen inflytande av refractionen.

Refractionen har undersökts under lång tid, och det finns många korrektionsmodeller (Kukkamäki 1938) som har tagits fram för att korrigera för refractionen. Enkelt uttryckt så gäller att refractionen tilltar då atmosfären är skiktad i olika temperaturlager vilket ger olika brytningsindex för en ponerad siktlinje som går genom olika lager. Vidare minskar refractionen om man befinner sig högre ovan marken eftersom marken ofta värms upp snabbt under exempelvis en solig sommardag vilket får till följd att luftlagret närmast marken också värms upp.

I Riksavvägningen har inte temperaturgradienten mätts och därför inte korrigerats för refraction av dessa skäl.



Figur 2.6. Refraktion

2.2.2 Luftrörelser

Vibrationer i luften på grund av luftturbulens under varma soliga dagar är ett välkänt fenomen vid avvägning. Detta beror på att luften närmast marken är varmare och stiger uppåt vilket ger upphov till luftströmningar. Perioden på vibrationerna kan uppgå till tio gånger per sekund. För att komma tillrätta med vibrationer så bör inte siktlängder längre än 50 meter användas. Allra bäst är att mäta vid mulet väder.

Nattetid kan även svajningar förekomma. Dessa beror på att luften närmast marken avkyls snabbare än luftlagret ovanför, och de isothermiska luftlagren är i balans med varandra (stabil jämvikt). Svag vind kan då ge upphov till långsamma svajningar (vibrationer på 0,1 gånger per sekund), vilket gör det helt olämpligt att avväga. Detta gäller även vid gryning och skymning då man bör undvika att avväga (Egeltoft 1996a).

2.2.3 Markrörelser

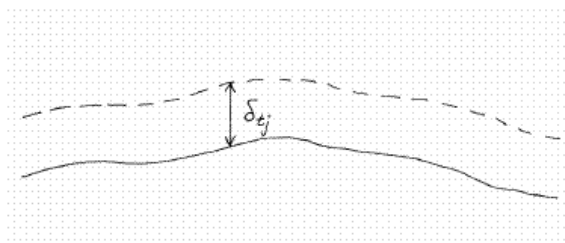
Även sättningar och vibrationer i marken kan ge upphov till mätfel. Vibrationer i marken kan uppkomma, exempelvis vid mätning längs hårt trafikerade vägar. Men sådana vibrationer kan antagligen sägas vara mer slumpmässiga (rörelser i både vertikal och horisontell riktning). Om marken vibrerar i vertikal led vid en mätning så kan den antas röra sig uppåt lika gärna som nedåt vid själva mätögonblicket.

Sättningar i marken under pågående mätning kan orsakas av mätutrustningens tyngd (t ex paddan) och fordonet. Dessa rörelser bör snarare klassas som rörelser i marken orsakade av utrustning eller yttre faktorer än markrörelser i sig.

Ett tungt föremål som placeras på asfalt en varm sommardag kommer att sjunka (Egeltoft 1996a), medan en padda som hamrats ner på grusunderlag snarare kommer att höja sig.

2.2.4 Tidjord

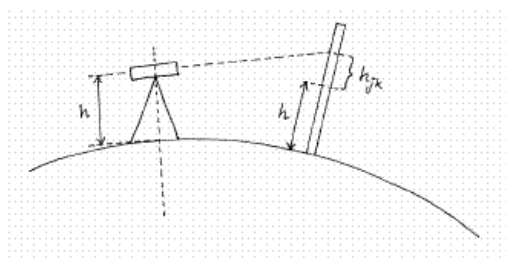
Gravitationsfältet från månen och solen ger inte bara upphov till tidvatten, utan också till tidjord. Detta innebär att jordytan kommer att förskjutas vertikalt (se figur 2.7) och denna förändring av läget kan uppgå till 0,5 meter. För tidjorden har man korrigerat på så sätt att den periodiska delen har eliminerats, och den permanenta delen har behandlats som nolldjord. Effekten blir att jordens deformation bibehålles, medan attraktionen från himlakropparna elimineras (se Lilje, 2002).



Figur 2.7. Tidjord

2.2.5 Jordkrökning

Jordkrökningskorrektion görs för att korrigera för jordens krökning längs siktlinjen i de fall avvägningsinstrumentet inte är uppställt mitt emellan stängerna (Ekman, LMV-Rapport 1995:20). Eftersom man normalt använder mittuppställning är korrektionen i allmänhet överflödigt och har inte heller beräknats i de tidigare avvägningarna. I riksavvägningen har den dock beräknats för säkerhets skull, delvis eftersom mittuppställning inte görs lika noggrant med bil som till fots. (se figur 2.8). Avläsningen skall alltså reduceras med beloppet för korrektionen. Effekten av jordkrökningen kommer in då siktlängderna skiljer sig åt. Med maximala 5 meter som är tillåtet i riksavvägningen får vi en effekt på 0,04 mm för en uppställning. Antag samma tecken under ett normalt fixhåll så kan det ge ca. 0,5 mm. Mätningarna i riksavvägningen är korrigerade för jordkrökningen genom att varje avläsning har korrigerats med avseende på syftlängden.



Figur 2.8. Jordkrökning

2.2.6 Jordmagnetism

1981 upptäcktes att många självhorisonterande pendelinstrument påverkas av magnetiska fält och däribland jordmagnetismen.

Detta berodde på att pendeln i instrumentet var gjord av ett paramagnetiskt material eftersom man tillämpade magnetisk pendeldämpning. Men i och med detta så kom pendeln även att påverkas av jordens magnetfält. Detta kunde leda till stora slutningsfel och problemet kunde upptäckas i slutningsfel i slingor, men inte i skillnaden mellan tur- och returmätning. Undersökningar som gjordes i Danmark och Finland antydde att deras instrument påverkades vilket gjorde att det bestämdes under 1982 att undersöka de svenska instrumenten. Tester gjordes under tre veckor i Sverige med två skilda instrumenttyper - Wild N3 (1987, ett klassiskt precisionsavvägningsinstrument utan kompensator) och Zeiss NI002 (1985, ett pendelinstrument som ansågs vara felbehäftat). Mätningarna gjordes simultant i både N-S riktning som Ö-V och dessa mätningar visade att Zeiss NI002 inte påverkades av denna effekt och att det dessutom gav en bättre noggrannhet än Wild N3.

I samband med finsk-svenska undersökningar angående magnetiska effekter 1983 i Mårtsbo kunde det dessutom konstateras att jordmagnetismens inverkan förstördes pga instrumentbilen så att felen i tur- och returmätningarna eliminerade varandra. Det har även gjorts laboratoriekontroller (Buddinge och Wingst, se Lilje 2002) för att försöka bestämma storleken på jordmagnetismens inverkan och resultaten på tester av 14 instrument visar på en försumbar inverkan (0,01 till 0,06 mm/km). En påverkan som inte kommer att ha någon inverkan på mätresultatet. I Jenaer Rundschau 1990/2 konstaterade Thomas Marold och Claus Wähnert att NI002 och NI002A i stort sett inte alls påverkades av den magnetiska effekten.

Vid Lantmäteriet gjordes en omfattande undersökning i början av 1980-talet där alla instrument testades i laboratorier med magnetfält. Där visades också att Zeiss NI002 i stort sett inte påverkades. Inget skrivet dokument finns över dessa tester.

2.2.7 Tyngdkraft

För att undvika problemet med icke parallella nivåytor i tyngdkraftsfältet så har den slutliga utjämnningen gjorts med geopotentialer istället för geometriska höjdskillnader. Interpolationen har gjorts utifrån detaljnätet för tyngdkraften (5×5 km stora rutor) i RG82. RG 82 är systemet för det tredje fundamentala tyngdkraftssystemet i Sverige. Det är uppmätt 1981-1982 och vilar på absolutmätningar i Sodankylä, Mårtsbo, Göteborg och Köpenhamn (Lilje 2002). Se mer om tyngdkraft i kapitel 1.2.2.

3 Genomförande

3.1 Bakgrund

I Riksavvägningen finns ungefär 50 000 fixpunkter (se kap.1.2.3), från Skåne i söder till nordligaste Lappland i norr. Mellan varje fixpunkt har man avvägt med i genomsnitt 10 till 15 uppställningar. En mätväg med uppställningar mellan två fixpunkter kallas för ett fixhåll. Det finns med andra ord cirka 50 000 avvägda fixhåll. Varje fixhåll har mätts åt båda hållen, det vill säga i två riktningar. Man kallar detta för att mätningarna har utförts i tur och retur, en tur- och en returmätning. När man har mätt fixhållen mellan två knutpunkter så säger man att man har mätt ett tåg. Flera tåg kan bilda en sluten slinga, d.v.s. om den första och sista knutpunkten är samma.

En mätslinga består med andra ord av ett visst antal sammanhängande tåg som i sin tur består av ett visst antal fixhåll. I riksavvägningen har man mätt mellan totalt 50 000 fixpunkter. Totalt har det gjorts cirka $1\frac{1}{2}$ miljon uppställningar.

Om de ackumulerade medeltalen av tur- och returmätningarna i en slinga har varit större än $2,0 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ så har slingan mätts om (Runar, Lantmäteriet).

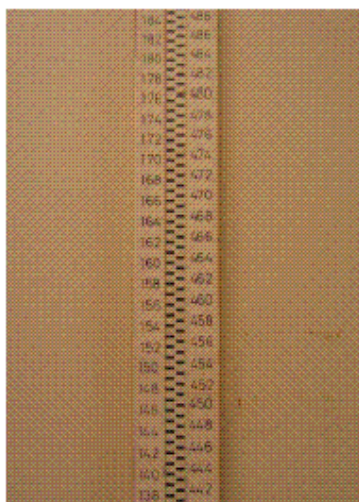
Under förutsättning att medelfelet hos medeltalet av tur- och returmätningarna (ur utjämnningen) är $1 \text{ mm}/\text{km}$, har toleransen valts så att 95 % av mätningarna ska bli godkända.

3.2 Mätningstekniken

Mätningarna har gått till så att invarstänger (se figur 3.1) med dubbla skalor har använts, skala 1 och skala 2. Först läses skala 1 på bakåtstången av (se figur 3.2), vilket kallas avläsning B_1 . Därefter läses framåtstångens skala 1

av, avläsning F_1 . Därefter byts pendelläge innan framåtstångens skala 2 läses av, avläsning F_2 , och sist bakåtstångens skala 2, avläsning B_2 . Skala 1 har alltså avlästs i ett pendelläge och skala 2 i det andra pendelläget. Toleransen för skillnaden mellan skalorna är $0,4 \text{ mm}$. Nu är en "uppställning" klar. "bakåtstången" flyttas nu längre fram längs vägen, medan "framåtstången" får stå kvar orörd. Mätbilen kör iväg och ställer sig mellan den gamla framåtstången och den gamla bakåtstången. Den från förra uppställningen gamla framåtstången har nu blivit bakåtstång i den nya uppställningen. Den gamla bakåtstången är med andra ord framåtstång i denna nästföljande uppställning.

På detta sätt upprepas förfarandet med uppställningar, från fixpunkt 1 till fixpunkt 2 och så vidare. Senare, (kanske några dagar eller till och med några veckor senare) så kan man mäta samma väg tillbaka från fixpunkt fix_2 till fix_1 som var den första fixpunkten. Man säger då att man har mätt tur- och retur.

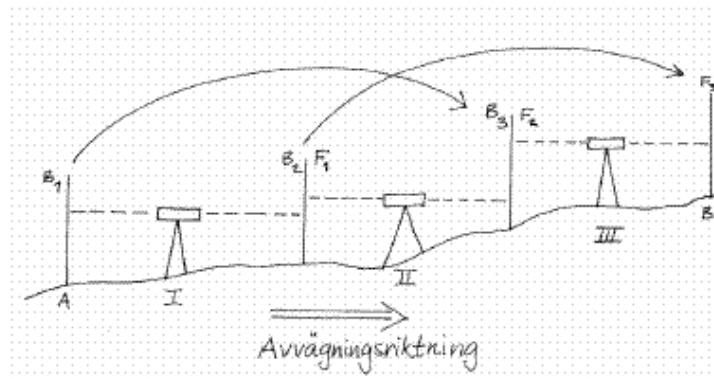


Figur 3.1. Skalan på en invarstång

Höjdskillnaden för en uppställning vid avvägning ges av (Egeltoft 1996a)

$$\Delta h = B - F \quad (3.1)$$

där B = avläsning på bakåt-stången och F = avläsning på framåt-stången. Höjdskillnaden för ett fixhåll blir då



Figur 3.2. Avvägningsförfarandet

$$\Delta h_{fix} = \sum_{i=1}^n (B_i - F_i) \quad (3.2)$$

där n är antalet uppställningar.

Höjdskillnaden mellan stängernas respektive skalor vid en uppställning blir då

$$\Delta h_1 = B_1 - F_1 \quad (3.3)$$

$$\Delta h_2 = B_2 - F_2 \quad (3.4)$$

3.2.1 Beräkning av differensen δ

4

Från ekvation 3.3 och 3.4 kan man bilda differensen δ mellan skalorna som

$$\delta = \Delta h_1 - \Delta h_2 \quad (3.5)$$

Summan av höjdskillnaderna för ett fixhåll ger då totala höjdskillnaden Δh_{tot1} respektive Δh_{tot2} som skrivs

$$\Delta h_{tot1} = \sum_{i=1}^n (B_{1i} - F_{1i}) \quad (3.6)$$

$$\Delta h_{tot2} = \sum_{i=1}^n (B_{2i} - F_{2i}) \quad (3.7)$$

Om fixhållet mäts med tur- (= T) och returmätning (= R) så får vi fyra höjdskillnader, två tur-höjdskillnader och två returhöjdskillnader.

$$\Delta h_{tot1}^T = \sum_{i=1}^n (B_{1i} - F_{1i}), \quad \Delta h_{tot2}^T = \sum_{i=1}^n (B_{2i} - F_{2i}) \quad (3.8)$$

$$\Delta h_{tot1}^R = \sum_{i=1}^n (B_{1i} - F_{1i}), \quad \Delta h_{tot2}^R = \sum_{i=1}^n (B_{2i} - F_{2i}) \quad (3.9)$$

Vi kan också räkna ut medelvärde för δ som betecknas med $\bar{\delta}$ och ges av

$$\bar{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{n} \quad (3.10)$$

Standardavvikelsen i δ ges då av

$$\hat{\sigma}_\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{\delta} - \delta_i)^2}{n - 1}} \quad (3.11)$$

För att se om detta värde skiljer sig signifikant från noll kan man göra ett t -test. Väljs α som är risknivån till 5 procent så kan medelvärdet sägas vara signifikant skilt från noll om $t_{\alpha/2} > 1,96$ (Hald 1952).

t -värdet beräknas som

$$|t_\delta| = \left| \frac{\bar{\delta} \cdot \sqrt{n}}{\hat{\sigma}} \right| < t_{1-\alpha/2, f} \quad (3.12)$$

3.2.2 Beräkning av differensen ρ

Från 3.8 och 3.9 kan sedan olika differenser beräknas (Egeltoft 1996a), betecknade med ρ_1 , ρ_2 och ρ_3 . Medeltalet av höjdskillnaden i turmätningen minus medeltalet av höjdskillnaden i returmätningen kallas ρ_1 och ges av

$$\rho_1 = \frac{\Delta h_{tot1}^T + \Delta h_{tot2}^T}{2} - \frac{\Delta h_{tot1}^R + \Delta h_{tot2}^R}{2} \quad (3.13)$$

Detta förutsätter att man byter tecken på returmätningens höjdskillnad.

Differensen av medelvärdet av skala 1 från turmätningen och skala 2 från returmätningen, och medel av skala 2 på turmätningen och skala 1 från returmätningen betecknas med ρ_2

$$\rho_2 = \frac{\Delta h_{tot1}^T + \Delta h_{tot2}^R}{2} - \frac{\Delta h_{tot2}^T + \Delta h_{tot1}^R}{2} \quad (3.14)$$

Differensen mellan medel av skala 1 från turmätningen och returmätningen och medel av skala 2 från tur- respektive returmätningen betecknas med ρ_3

$$\rho_3 = \frac{\Delta h_{tot1}^T + \Delta h_{tot1}^R}{2} - \frac{\Delta h_{tot2}^T + \Delta h_{tot2}^R}{2} \quad (3.15)$$

I detta arbete har endast ρ_1 -värdet beräknats och analyserats.

3.3 Tillvägagångssätt – arbetsgång

Medelvärdet av differenserna δ och ρ (se kap. 3.4.1 resp. 3.4.2) har beräknats, för hela respektive delar av materialet. Standardavvikelse och signifikanstest har också beräknats. Hela mätmaterialet har granskats liksom utvalda delar och grupper. För valet av dessa grupper har det beaktats vad som kan tänkas påverka mätningarna i mätande stund. Underlaget (d.v.s. marken man stått på i mätögonblicket) och väder har ansetts ha störst påverkan, klassindelningen har därför gjorts utifrån dessa kategorier: grus, asfalt, soligt väder och mulet väder.

3.4 Medeltalsbildningen – en viktig faktor för slutresultatet

Utifrån de erhållna numeriska värdena från beräkningar av differenserna δ ρ i nästa kapitel (se kap. 4.1.1 och 4.1.2) ges nedan ett exempel på hur ett systematiskt fel fortplantar sig i avvägningsförfarandet. De erhållna höjdskillnaderna från de två skalorna kan då sägas innesluta det "sanna" värdet.

Om höjdskillnaderna vid tur- och returmätningen räknas med sitt tecken fås medeltalet ur

$$\overline{\Delta h} = \frac{tur - retur}{2} \quad (3.16)$$

En uppställning ger den systematiska differensen mellan skalorna δ_u

$$\delta_u = B_1 - F_1 - (B_2 - F_2) = 0,02 \text{ mm} \quad (3.17)$$

Medeltalet av skalorna för en uppställning är

$$\Delta h = \frac{B_1 - F_1 + (B_2 - F_2)}{2} \quad (3.18)$$

Det resulterande systematiska felet i en uppställning halveras då medeltalet av skalorna bildas, dvs det blir då maximalt ε_u , alltså till absolutbeloppet hälften av differensen mellan skalorna ($|\varepsilon_u| = \delta/2$).

$$\varepsilon_u = - 0,01 \text{ mm} \quad (3.19)$$

Slutningsfelet mellan tur- och returmätningen p g a det systematiska felet blir alltså, om vi räknar med ca 20 uppställningar ($= n_u$) per fixhåll

$$T + R = \rho = n_u \cdot \varepsilon_u \approx 20 \cdot (- 0,01 \text{ mm}) = - 0,20 \text{ mm} \quad (3.20)$$

där T är tur- och R är returmätning. När sedan medeltalet av tur- och returmätningarna bildas så fås det följande systematiska felet i medeltalet, under förutsättning att detta är detsamma i tur- och returmätningen

$$\varepsilon_{dh} \approx \frac{n \cdot \varepsilon_u(T) - n \cdot \varepsilon_u(R)}{2} \approx 0 \text{ mm} \quad (3.21)$$

Om felet är systematiskt och beror på sättningar så kan det rimligtvis antas vara detsamma i tur- och returmätningen och således även antas kancellera i medeltalsbildningen. Det som talar för detta är att differensen $\delta > 0$ i alla urvalsgrupper i undersökningen.

Även gränsen för slutningsfelet, ρ , har legat vid $2 \cdot \sqrt{L} \text{ mm}$, där L är avståndet mellan fixarna och erfarenhetsmässigt baserat på att 95 % av mätningarna ska godkännas.

4 Resultat, analyser och slutsatser

4.1 Resultat

Här nedan följer tabeller med erhållna resultat från de statistiska beräkningar som har gjorts på mätningarna utförda i den tredje precisionsavvägningen.

4.1.1 Differensen mellan skalorna vid en uppställning

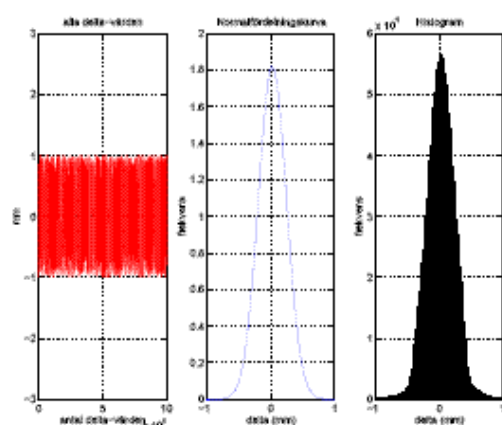
För δ -värdena som beräknats för hela materialet respektive för kategorierna grus och asfalt har följande medelvärden beräknats:

Beräkning av differensen , hela materialet

Tabell 4.1 Beräkningarna av differensen δ på hela riksavvägningens alla uppställningar ger en differens som är skild från noll, och positiv. Enligt t-testet är δ också signifikant skild från noll. I grafen (figur 4.1) syns hur normalfördelningskurvan är förskjuten åt höger som en följd av detta.

δ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
δ_{alla}	0,0226	0,22	125	1 496 173

I denna mätgrupp var det 6574 mätningar som var större än 1 mm , d.v.s. lika med $0,0043938\dots \approx 4,4\text{ ‰}$. Dessa har tagits bort eftersom de har varit i storleksordningen upp till 10 m , antagligen mätfel eller andra grova fel.



Figur 4.1. I den vänstra figuren ses alla differenser mellan skalorna plottade. Här har alla mätvärden ingått. I den mellersta figuren ges en normalfördelningskurva, som visar att δ är förskjutet något åt det positiva hållet (se tabell 4.1). I den högra figuren ges ett histogram.

Tabell 4.2 För gruppen av mätningar som mätts på grusunderlag har följande värden erhållits. Medelvärdet av differenserna för denna kategori är liksom den totala mängden positiv och signifikant skild från noll.

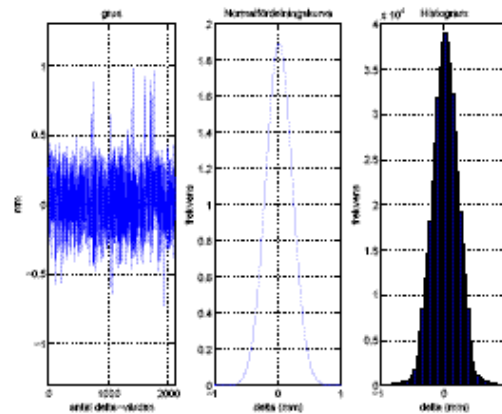
δ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
δ_{grus}	0,0205	0,21	68,0	490 018

Tabell 4.3 För gruppen av mätningar som mätts på asfaltsunderlag har följande värden erhållits. Medelvärdet av differenserna för denna kategori är liksom den totala mängden positiv och signifikant skild från noll.

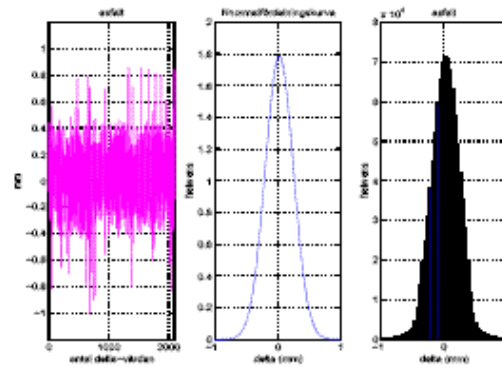
δ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
δ_{asfalt}	0,0248	0,22	110,0	982 139

Tabell 4.4 För gruppen av mätningar som mätts i soligt väder har följande värden erhållits. Medelvärdet av differenserna för denna kategori är liksom den totala mängden positiv och signifikant skild från noll.

δ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
δ_{soligt}	0,020	0,23	48,0	312 605



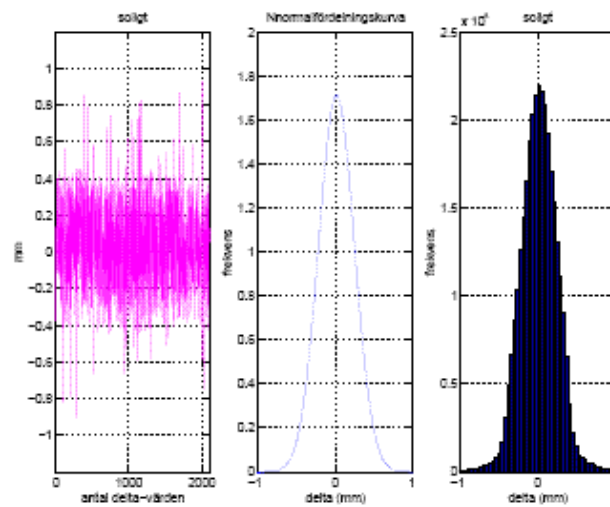
Figur 4.2. Grafen visar differensen δ som har erhållits från mätningar på grusunderlag. Medelvärdet av dessa är positivt (se tabell 4.2) och signifikant skilt från noll.



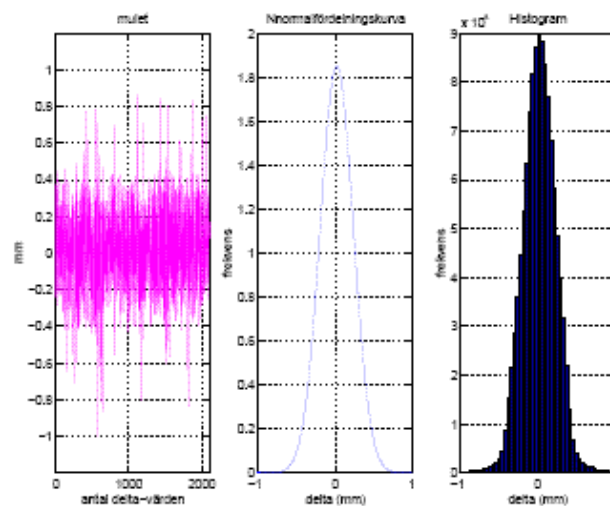
Figur 4.3. I den vänstra figuren ses differensen mellan δ som erhållits vid mätningar på asfaltsunderlag plottad. I den mellersta figuren ges en normalfördelningskurva, som visar att δ är förskjutet något åt det positiva hållet (se tabell 4.3). I den högra figuren ges ett histogram.

Tabell 4.5 För gruppen av mätningar som mätts i mulet väder har följande värden erhållits. Medelvärdet av differenserna för denna kategori är liksom den totala mängden positiv och signifikant skild från noll.

δ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
δ_{mulet}	0,024	0,22	119	1 174 876



Figur 4.4. I den vänstra figuren ses alla differenser δ mellan skalorna plottade. Dessa mätningar är utförda i soligt väder. I den mellersta figuren ges en normalfördelningskurva, som visar att δ är förskjutet något åt det positiva hållet (se tabell 4.4). I den högra figuren ges ett histogram.



Figur 4.5. I den vänstra figuren ses alla differenser δ mellan skalorna plottade. Dessa mätningar är utförda i mulet väder. I den mellersta figuren ges en normalfördelningskurva, som visar att δ är förskjutet något åt det positiva hållet (se tabell 4.5). I den högra figuren ges ett histogram.

4.1.2 Differensen mellan höjdskillnaden i turmätning och returmätning på ett fixhåll

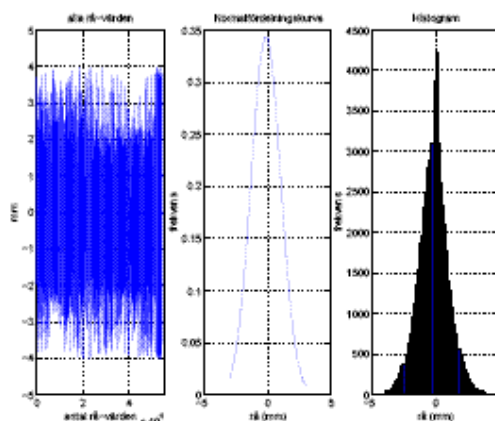
Tabell 4.6 För differensen ρ har följande värden erhållits, sett till hela mängden av mätningar. Medelvärdet är negativt.

ρ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
ρ_{alla}	- 0,160	1,16	32	54 188

I urvalsgrupperna för underlag och väder så har antalet mätvärden minskat kraftigt. Detta beror på att kriteriet har varit att ett helt fixhåll ska ha samma underlag, har det funnits delar som mätts på olika underlag så har detta fixhåll fallit bort. Inom respektive urvalsgrupp råder således enhetligt underlag, det vill säga 100 % grus, 100 % asfalt, 100 % soligt väder osv. Detta påverkar dock inte den statistiska säkerheten eftersom urvalet fortfarande är stort.

Tabell 4.7 Medelvärdet av differensen ρ från hela Riksavvägningen är negativt och signifikant skilt från noll enligt t-test. Se vidare figur 4.6.

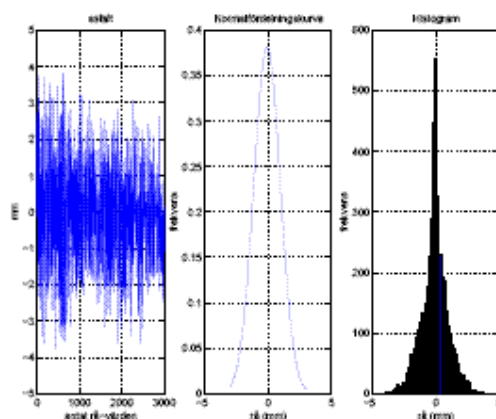
ρ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
ρ_{grus}	- 0,37	0,96	19	2348



Figur 4.6. Differensen mellan tur- och returmätningen, ρ , för hela materialet visar sig vara i medeltal negativ. Detta visas tydligt i den vänstra grafen i plotten av alla värdena. Normalfördelningskurvan är förskjuten åt vänster (den mellersta figuren). Se tabell 4.7 för numeriska värden.

Tabell 4.8 Från mätningar som har utförts på asfaltsunderlag har differensen ρ fått följande värde. Förutom att ρ är negativ är den signifikant skild från noll precis som i de tidigare nämnda kategorierna.

ρ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
ρ_{asfalt}	- 0,09	1,04	6	4515



Figur 4.7. Differensen ρ från mätningar som utförts på asfaltsunderlag. Den vänstra grafen visar en plot över mätvärdena, den mellersta grafen visar en normalfördelningskurva som är förskjuten åt vänster (se tabell 4.10), dvs även dessa är negativa.

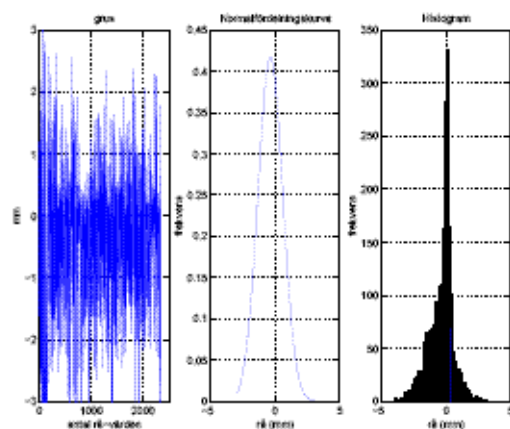
Tabell 4.9 Även för mätningar som har utförts i soligt väder har differensen ρ visat sig vara negativ. Förutom att ρ är negativ är den signifikant skild från noll.

ρ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
ρ_{soligt}	- 0,08	1,47	2,5	2190

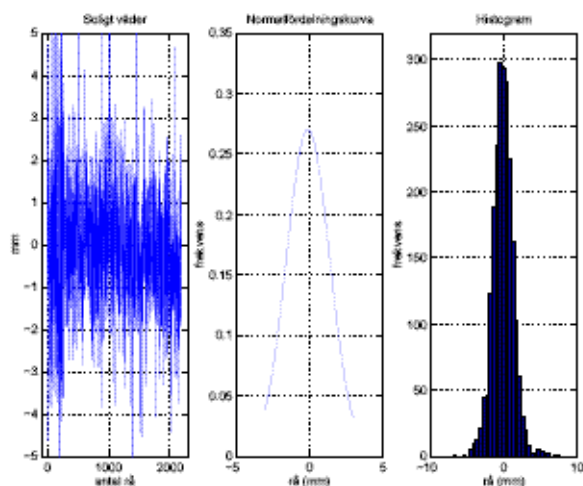
Tabell 4.10 I kategorin mätningar som har utförts i mulet väder har differensen ρ fått följande värde. Förutom att ρ är negativ är den signifikant skild från noll precis som i de övriga grupperna.

ρ -värde	medelvärde (mm)	σ (mm)	t-värde	antal mätningar
ρ_{mulet}	- 0,20	1,05	10	3048

Resultaten av beräkningarna visar att alla δ -värdena i medeltal är positiva och signifikant skilda från noll. ρ -värdena är alla negativa och liksom δ -värdena signifikant skilda från noll.



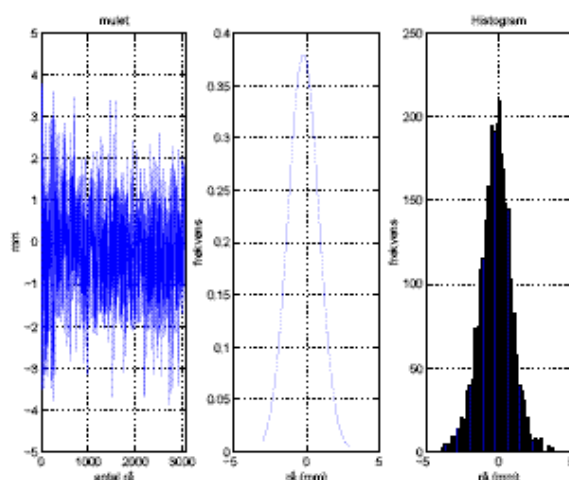
Figur 4.8. Differensen ρ från mätningar som utförts på grusunderlag. Den vänstra grafen visar en plot över mätvärdena, den mellersta grafen visar en normalfördelningskurva som är förskjuten åt vänster (se tabell 4.10), dvs även dessa är negativa.



Figur 4.9. Differensen ρ för mätningar i soligt väder. Den vänstra grafen visar en plot över mätvärdena, den mellersta grafen visar en normalfördelningskurva som är förskjuten åt vänster (se tabell 4.10), dvs även dessa är negativa.

4.2 Analys

Olika hypoteser kan ställas upp som orsak till det systematiska mönstret i δ - och ρ -värdenas avvikelse från noll.



Figur 4.10. Differensen ρ för mätningar mätta i mulet väder. Vänstra grafen visar en plot över mätvärdena, den mellersta grafen visar en normalfördelningskurva som är förskjuten åt vänster (se tabell 4.10), dvs även dessa är negativa.

När det gäller δ så kan detta beskrivas som att man vid varje uppställning har fått en större höjdskillnad för skala 1 än för skala 2 (alltså större höjdskillnad mellan bak-fram än mellan fram-bak). δ -värdet är med andra ord > 0 .

Eftersom δ -värdena är positiva betyder det att höjdskillnaden mellan skala F_2 och B_2 är mindre än mellan B_1 och F_1 . När medeltalet bildas av skalornas höjdskillnader fås det halverade värdet av δ med ombytt tecken (se kap. 3.4). Man kan tänka sig att man har läst av ett för högt värde på framåtstångens skala 2, F_2 , p g a att stången kanske sjunkit sen avläsning F_1 gjordes. Detta har resulterat i att positiva höjdskillnader har blivit mindre, medan negativa höjdskillnader har blivit större till absolutbeloppet. På fixhållsnivå har detta resulterat i att ρ -värdena är negativa då differensen bildas (se ekvation 3.13).

När marken belastas med en tyngd så kommer det att ske en sammanpressning, marken "sätter" sig. Allteftersom marken sammanpressas ökar densiteten i underlaget och motståndet ökar vilket gör att sammanpressningen med tiden avtar med tiden (Egeltoft 1996a, Schmidt 2000). Då en bil körs fram och stannas kommer marken under den att tryckas ihop och både bil och markytan under och strax runt omkring bilen kommer att sjunka ner.

När ett mätlag genomför en mätning på uppställningsnivå (se beskrivning av arbetsgång under kapitel 3.1 och figur 3.2) så kommer stångbil bak att hinna pressa ner marken under en liten stund (någon eller några minuter) innan instrumentbilen gör bakåtläsningen mot stångbil bak. Stångbil fram är under tiden på väg till fram-positionen och ställer sig redo för avläsning på framskala vänster och höger (skala 1 och 2). Ganska omgående från det att mätpositionen intagits görs en avläsning av instrumentbilen mot stångbil fram:s skala 1. Resultatet lagras. Sedan görs en avläsning på stångbil fram:s skala 2. Under tiden som har hunnit gå mellan avläsning av skala 1 och 2 på stångbil fram så sätter sig marken hela tiden under stångbil fram på grund av dennas tyngd. När skala 2 avläses befinner sig alltså bilen och stången (och hela markytan som bilen står på) något lägre ner, dvs det har skett en förflyttning i vertikal led. Stångbil bak (som från den förra uppställningen har stått kvar på sin plats då den utgjorde stångbil fram) har hunnit sätta sig och den vertikala rörelseförändringen har planat ut (Rörelsen/sättningen är som störst i början och avtar exponentiellt/asymptotiskt mot noll med tiden). Därför kommer höjdskillnaden Δh_1 att vara större än Δh_2 .

En förklaring till att deltavärdet är skilt från noll skulle kunna vara att mätstången som befinner sig i position fram inte skulle ha hunnit ställa stången helt lodrätt då den första avläsningen gjordes (skala 1), men att stången hunnit bli (mer) vertikal vid avläsning på skala 2. Detta skulle i så fall få till följd att höjdskillnaden mellan skalorna skulle bli mindre än om stången stod helt lodrätt. Detta i sin tur får till följd att höjdskillnaden mellan skalorna 1 blir mindre än mellan skalorna 2, vilket ger ett deltavärde som är mindre än noll. I vårt fall är dock deltavärdet större än noll, varför man kan anta att hypotesen med lutande framåtstång (som ej hunnit ställas lodrätt) ej kan antas sannolik.

I en studie för Lantmäteriet visar Sjöberg (Sjöberg 1981) på att det förekommer systematiska fel i avvägningarna där han studerat 21 slingor från fältmätningar utförda under mätsäsongen 1979. I enkelvägsavvägningar fanns systematiska fel, men dessa fanns inte längre kvar i tur- och returvägsavvägningarna. Egeltoft (Egeltoft 1996a) studerar systematiska effekter i Riksavvägningen, men på två utvalda områden, Skåne respektive Gästrikland/Dalarna. I sitt arbete visar han på att differenserna δ och ρ_1 är signifikant skilda från noll, och att detta antas bero på vertikala rörelser av instrument och mätstänger.

I Riksavvägningen har det inte gjorts korrektioner för refraktion. Varken Sjöberg (1981) eller Egeltoft (1996a) fann påverkan från refraktion från sina respektive studier.

För ρ på fixhållsnivå kommer refraktionen att inverka då atmosfärsförhållandena inte är samma på tur- respektive returmätningen och vid lokala effekter som beror av färdriktningen. Det finns dock inga temperaturmätningar som man kan göra refraktionsberäkningar från, varken vid mätstängerna eller längs siktlinjen. Det är bara vid mätinstrumentet som temperaturmätningar har gjorts.

4.3 Slutsatser

Resultaten från de statistiska beräkningarna visar att mätningarna är behäftade med systematik som är signifikant skild från noll enligt signifikanstest. Att säga något om skillnader med avseende på väder eller underlag är svårt, då dessa inte skiljer sig åt signifikant. Något som kan sägas vara orsaken till systematiken är eventuella sättningar i marken. Även många andra faktorer kan orsaka systematiska fel.

När det gäller mätningarna på uppställningsnivå kan hypotesen att man har sättningar i marken vara möjlig.

Att säga något om mätningarna som gjorts på fixhållsnivå är svårare eftersom det är fler faktorer inblandade där. På fixhållsnivå har tur- och returmätningarna oftast inte gjorts samma dag, det kan ha gått en längre tidsperiod (flera veckor) mellan dessa, där väder och eventuella andra förutsättningar kan ha förändrats. Något som dessutom kan spela en roll för resultatet på fixhållsnivå är operatören. Inga mätningar har analyserats med avseende på operatör (eller på instrument) utan enbart avseende väder- och underlag.

En fortsatt studie efter detta examensarbete skulle kunna resultera i att det görs analyser på individnivå respektive instrumentnivå, dvs det görs grupperingar på specifika mätoperatörer och specifika instrument. Vidare så kan det göras statistiska tester på fler urvalsgrupper, t ex på slingor, mätningar utförda under vår/höst vs sommar eller mätningar i södra Sverige jämfört med norra Sverige.

Det som också skulle kunna provas är hur mycket en eventuell sättnings-effekt uppgår till. Detta skulle kunna göras med en mätbil och instrumentbil där man gör t.ex. 50 mätningar på uppställningsnivå och mäter direkt efter det att stångbilen ställt sig på en ny plats och sedan låter bilen stå kvar i några minuter och gör om mätningen. Mätresultaten kan därefter jämföras och en eventuell sättning kan detekteras.

5 Referenser

- Becker, J-M. Riksavvägningen i Sverige under perioden 1974-1995, LMV-Rapport 1997:2, Gävle 1997
- Blom, G. Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar, Studentlitteratur 1989
- Cooper, M.A.R. Modern Theodolites and Levels, Granada Publishing Ltd, 1982
- Egeltoft, T. Data Analysis and Adjustment in Precise Levelling, Institutionen för geodesi och fotogrammetri, KTH 1996a
- Egeltoft, T. Geodetisk mätningsteknik, Institutionen för geodesi och fotogrammetri, KTH 1996b
- Ekman, M. Slutberäkning av Sveriges tredje precisionsavvägning, försök till problembeskrivning i ett nordiskt perspektiv, Gävle 1995
- Ekman, M., Eliasson, L., Pettersson, L., Sjöberg, L. Bestämning av landhöjningen i Sverige med geodetiska metoder, Professional Papers, LMV 1982:13
- Facilitair Bedrijf Amsterdam, Ministerie van Verkeer en Waterstaat, Rijkswaterstaat 2004
- Fan, H. Theoretical Geodesy, Institutionen för geodesi och fotogrammetri, KTH 2003
- Fan, H. Theory of Errors and Least Squares Adjustment, Institutionen för geodesi och fotogrammetri, KTH 2001

- Hald, A. Statistical Theory with Engineering Applications, John Wiley & Sons, New York, 1952
- Heiskanen, W.A., Moritz, H. Physical geodesy, Freeman, cop. San Francisco 1967
- Jenaer Rundschau 1990/2 (ISSN 0368-203X)
- Johannessen, J.A. Et Al., European gravity field and steady-state ocean circulation explorer 2003
- Kukkamäki, T.J. Über die Nivellitische Refraktion. Veröffentlichungen des Finnischen Geodätischen Institutes, No 25, Helsinki, 1938
- Kumar, M. Realizing a World Height System (WHS) Using Geoid as Zero Reference Surface 2003
- Lilje, M. Delrapport Riksavvågningen Preliminärberäkning, Delprojekt 3, Systematiska effekter, Lantmäteriet 2002
- Schmidt, K. The Danish height system DVR90, Publications 4, Series, volume 8, KMS, 2000
- Sjöberg, L. An analysis of systematic and random error effects in the Swedish motorized precise levelling technique. National Land Survey, Professional Papers 1981:2, Gävle, Sweden
- Svensson, R. Delprojektrapport Riksavvågningen Preliminärberäkning, Delprojekt 5, Preliminär slututjämnning, Lantmäteriet 2001

Rapporter i geodesi och geografiska informationssystem från Lantmäteriet

- 2003:11 Alm Malin & Munsin Anna-Stina: Traditionell RTK kontra nätverks-RTK – en noggrannhetsjämförelse.
- 2003:12 Jonsson Albert & Nordling Anders: Jämförelse av enkelstations-RTK och nätverks-RTK i Lantmäteriets testnät.
- 2004:1 Peterzon Martin: Distribution of GPS-data via Internet.
- 2004:4 Andersson Maria: Deformationer av fasta geometrier – en metodstudie.
- 2004:7 Valdimarsson Runar Gisli: Interpolationsmetoder för restfelshantering i höjddled vid höjdmätning med GPS.
- 2004:11 Kempe Christina: Väst-RTK – nätverks-RTK i produktionstest i västra Sverige.
- 2004:12 Johansson Daniel: SKAN-RTK – 2 – nätverks-RTK i produktionstest i södra Sverige.
- 2004:13 Wiklund Peter: "Position Stockholm-Mälaren – 2" – nätverks-RTK i produktionstest.
- 2004:16 Andersson Therese & Torngren Julia: Traditionell RTK och nätverks-RTK – en jämförelsestudie.
- 2005:3 Ahrenberg Magnus & Olofsson Andreas: En noggrannhetsjämförelse mellan nätverks-RTK och nätverks-DGPS.
- 2005:4 Jämtnäs Lars & Ahlm Linda: Fältstudie av Internet-distribuerad nätverks-RTK.
- 2005:5 Engfeldt Andreas (ed.): Network RTK in northern and central Europe.
- 2005:7 Jivall Lotti, Lidberg Martin, Nørbech Torbjørn, Weber Mette: Processing of the NKG 2003 GPS campaign.
- 2005:8 Eriksson Merja & Hedlund Gunilla: Satellitpositionering med GPS och GPS/GLONASS.
- 2006:2 Norin Dan, Engfeldt Andreas, Johansson Daniel, Lilje Christina: Kortmanual för mätning med SWEPOS Nätverks-RTK-tjänst.
- 2006:3 Klang Dan & Burman Helén: En ny svensk höjddmodell laserskanning, Testprojekt Falun.
- 2006:4 Klang Dan: KRIS-GIS® projekt i Eskilstuna. Kvalitet i höjdd modeller.
- 2006:5 von Malmborg Helena: Jämförelse av Epos och nätverks-DGPS.

L A N T M Ä T E R I E T



Vaktmästeriet 801 82 GÄVLE Tfn 026 - 65 29 15 Fax 026 - 68 75 94
Internet: www.lantmateriet.se